

# Stabilisierung des Oberkörpers beim Rennen und Gehen

DIPLOMARBEIT

FRIEDRICH-SCHILLER-UNIVERSITÄT JENA  
PHYSIKALISCH-ASTRONOMISCHE FAKULTÄT

Eingereicht von: Horst-Moritz Maus  
geb. am: 22. September 1982 in: Lauingen

1. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. Roland Weidisch

2. Gutachter: Dr. phil. habil. Andre Seyfarth

Tag der Verleihung des Diploms:

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Grundlagen</b>	<b>1</b>
1.1 Begriffserklärungen . . . . .	1
1.2 Einleitung . . . . .	2
1.3 Der menschliche Gang . . . . .	3
1.4 Das Masse-Feder-Modell . . . . .	6
1.5 Vergleich zwischen Modell und Experiment . . . . .	9
1.6 Zwei-Segment-Bein . . . . .	9
1.7 Robotik . . . . .	10
<b>2 Methodik</b>	<b>13</b>
2.1 Grundannahmen . . . . .	13
2.2 Periodische Bewegungen . . . . .	13
2.2.1 Poincaré-Schnitt . . . . .	13
2.2.2 Fixpunkt . . . . .	13
2.2.3 Auffinden eines Fixpunktes im Modell . . . . .	14
2.3 Grundlagen der Stabilitätsanalyse . . . . .	15
2.3.1 Stabilität . . . . .	15
2.3.2 Stabilitätsanalyse mittels Floquet-Faktoren . . . . .	15
2.3.3 Bemerkung: Störung kann trotz Stabilität größer werden .	18
2.3.4 Bemerkung: Jacobi-Matrix als Zeitinversion am Fixpunkt . . . . .	18
2.4 Mehr-periodische Fixpunkte . . . . .	19
2.5 Numerische Herangehensweise . . . . .	19
2.5.1 Verwendete Software und Verfahren . . . . .	19
2.5.2 Ersatz-Inversion der Jacobi-Matrix . . . . .	20
2.6 Schritte-Zähler-Methode . . . . .	21
<b>3 Rennen mit ausgedehntem Oberkörper</b>	<b>23</b>
3.1 Modellbeschreibung . . . . .	23
3.2 Bewegungsgleichungen . . . . .	25
3.3 Analyse . . . . .	26
<b>4 Oberkörperstabilisierung mit dem VPP</b>	<b>29</b>
4.1 Modellbeschreibung . . . . .	29
4.2 Pendelfrequenz um den VPP . . . . .	30
4.3 Das Drehmoment in der Hüfte . . . . .	30
4.4 Bewegungsgleichungen für ein zweibeiniges System . . . . .	33
4.5 Ergebnisse beim Rennen und Gehen . . . . .	34

4.6	Das gedämpfte Pendel . . . . .	36
4.7	Modell mit Zwei-Segment-Beinen . . . . .	36
4.8	Körperbezogener Anstellwinkel . . . . .	38
4.8.1	Rennen mit körperbezogenem Anstellwinkel . . . . .	38
4.8.2	Gehen mit körperbezogenem Anstellwinkel . . . . .	39
4.9	Stabilisierung durch Protraktion . . . . .	40
4.10	Auf- und Abwärtsgehen . . . . .	42
<b>5</b>	<b>Nachweis des VPPs im Experiment</b>	<b>45</b>
5.1	Versuchsaufbau . . . . .	45
5.2	Ergebnisse und Interpretation . . . . .	46
<b>6</b>	<b>Vergleich von Schrittweite und Schrittlänge</b>	<b>51</b>
6.1	Versuchsaufbau . . . . .	51
6.2	Ergebnisse . . . . .	51
6.3	Diskussion . . . . .	54
<b>7</b>	<b>Diskussion der Ergebnisse, Schlussfolgerungen und Ausblick</b>	<b>55</b>
7.1	Das Modell mit ausgedehntem Oberkörper . . . . .	55
7.2	Zur Stabilität des VPP-Modells . . . . .	55
7.2.1	Alternatives virtuelles Pendel . . . . .	56
7.2.2	Der VPP bei massebehafteten Beinen . . . . .	57
7.3	Verringerung der horizontalen Bodenreaktionskraft durch den VPP	58
7.4	Vergleich des VPP-Modells mit dem Masse-Feder-Modell . . . . .	58
7.5	VPP als Möglichkeit der Geschwindigkeitsregelung . . . . .	60
7.6	VPP-Modell mit körperbezogenem Anstellwinkel . . . . .	63
7.6.1	Bemerkung: Minimal erforderliche Höhe des VPPs . . . . .	66
7.7	Realisierung einer schrägen Körperachse beim Menschen . . . . .	67
7.8	Vorzeichen der Rotation beim Modell und im Experiment . . . . .	67
7.9	Ausblick . . . . .	68
7.9.1	Zur Realisierung eines VPP-basierten Roboters . . . . .	69
<b>A</b>	<b>Unabhängigkeit der Floquet-Faktoren vom Einheitsystem</b>	<b>i</b>
<b>B</b>	<b>Danksagung</b>	<b>iii</b>
<b>C</b>	<b>Erklärung</b>	<b>v</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>vii</b>

# Kapitel 1

## Grundlagen

### 1.1 Begriffserklärungen

Definition der verwendeten Begriffe

---

Apex	Der höchste Punkt der Schwerpunktsbahn im Verlauf eines Schrittes.
Bein, Beinfeder	Das Bein ist in den hier untersuchten Modellen die als Schubgelenk mit Feder gedachte Verbindung zwischen Hüfte und Aufsatzpunkt. Die (Bein-)feder muß dabei nicht dem Hookschen Kraftgesetz genügen.
Bodenkraft	Die Kraft, die ein Bein auf den Boden ausübt.
Bodenreaktionskraft	Die der Bodenkraft entgegengesetzt gleich große Kraft.
CoM	Center of Mass, Körperschwerpunkt
CoP	Center of Pressure, effektiver Angriffspunkt der Bodenreaktionskraft am Fuß
Doppelstützphase	Eine Phase des Gehens, bei der beide Beine Bodenkontakt haben
Fixpunkt	Ein Zustand des Systems $\Gamma$ , welcher nach einem Schritt wieder erreicht wird, heißt Fixpunkt.
Floquet-Faktor	Eigenwert der Jacobi-Matrix der Schritt-Abbildung an einem Fixpunkt.
Flugphase	Phase während des Rennens, in der kein Bein Bodenkontakt hat.
$g$	Erdbeschleunigung, $-9,81 \text{ m/s}^2$
Gehen	Die bipede Fortbewegungsart des Menschen mit Doppelstützphase.
GRF	Ground Reaction Force = Bodenreaktionskraft

Hüfte	Die Hüfte ist der körperfeste Punkt, der mit der Beinfeder verbunden ist.
Körperachse	Die Achse, die durch die Verbindung von Hüfte und Körperschwerpunkt definiert ist.
Laufen, Rennen	Die bipede Fortbewegungsmethode des Menschen, wenn es keine Doppelstützphase, aber eine Flugphase gibt.
Return Map	
Schritt-Abbildung	Mathematische Abbildung eines Systemzustandes $\Gamma_1$ auf einen zweiten Zustand $\Gamma_2$ , welche einem Schritt entspricht.
Schwungphase	Phase während des Rennens oder Gehens, in der das betrachtete Bein den Boden nicht berührt.
Stabilitätskoeffizient	Betrag des betragsmäßig größten Floquet-Faktors.
Standphase	Phase während des Rennens oder Gehens, in der das betrachtete Bein den Boden berührt.
VPP	Virtual Pivot Point. Zeigt die Bodenreaktionskraft auf einen festen Punkt im Körper, so heißt dieser Punkt Virtual Pivot Point oder VPP.

## 1.2 Einleitung

Der Legende nach stellte einst die Sphinx den Thebanern ein Rätsel:

*Es ist am Morgen vierfüßig, am Mittag zweifüßig, am Abend dreifüßig. Von allen Geschöpfen wechselt es allein in der Zahl seiner Füße; aber eben, wenn es die meisten Füße bewegt, sind Kraft und Schnelligkeit bei ihm am geringsten.*

Ödipus erkannte als erster, dass hiermit der Mensch gemeint sein muß, der in jungen Jahren auf allen Vieren geht, später den aufrechten zweibeinigen Gang benutzt und im Alter einen Krückstock benutzt.

Der aufrechte Gang ist ein wesentliches Unterscheidungsmerkmal von anderen Säugetieren. Wie es entwicklungsgeschichtlich dazu gekommen ist, ist umstritten. Ältere Quellen vermuten eine Weiterentwicklung des vierbeinigen Ganges am Boden, während neuere Quellen eine andere Herkunft aufzeigen: Der aufrechte Gang hat sich demnach als eine Weiterentwicklung der Fortbewegung in den Bäumen entwickelt, in der die Hände immer mehr nur noch unterstützende Funktion besaßen und schließlich zur Fortbewegung nicht mehr erforderlich waren (Thorpe *et al.*, 2007; Crompton *et al.*, 2003).

Die Mechanik der menschlichen Fortbewegung ist nicht einfach zu verstehen. Zwar ist die Kinetik offensichtlich und experimentell gut zugänglich, jedoch kann man daraus nicht einfach die grundlegenden Mechanismen ableiten, welche für die Stabilität sorgen. Wie oft in der Natur zeigt sich auch beim menschlichen Gehen und Rennen, dass es sich um ein sehr weit entwickeltes Fortbewegungssystem handelt. Es ist in der Lage, sich auch in schwierigem Gelände zurechtzufinden, ohne jeden Schritt neu überdenken zu müssen. Schließlich ist ein Waldspaziergang für einen gesunden Menschen keine besondere Herausforderung an seine Koordinationsfähigkeit.

Die Biomechanik beschäftigt sich mit der Mechanik biologischer Systeme, beispielsweise der menschlichen Fortbewegung. Die Biomechanik ist dabei nicht darauf beschränkt, zu messen wie diese Systeme funktionieren, sondern ist auch an der Frage nach den dahinter liegenden Prinzipien interessiert. Um diese zu entdecken, müssen Modelle des Systems entwickelt werden. Diese müssen dann daraufhin überprüft werden, ob sie mit den Beobachtungen (Bewegungen und Kräften) übereinstimmen. Erst dann kann man sinnvoll aufgrund des Modells weitere Überlegungen anstellen, zum Beispiel über den funktionalen Aufbau von Modellen oder Prothesen. Nur mit richtig verstandenen Modellen kann beispielsweise aus der Ganganalyse von Probanden und gehbehinderten Menschen von den gemessenen quantitativen Unterschieden auf qualitativ verschiedene Vorgänge (Gehmuster) geschlossen werden und somit eine Rehabilitations-Strategie erdacht werden.

Dabei zeigt sich, dass gerade einfache Modelle sehr aussagekräftig sein können, wie zum Beispiel das Masse-Feder-Modell (Blickhan, 1989; McMahon & Cheng, 1990). Entscheidend ist dabei das Verständnis darüber, welche Aussagen ein Modell liefern kann.

In der vorliegenden Diplomarbeit wurde versucht zu verstehen, warum der Oberkörper des Menschen beim Gehen und Rennen stabil bleibt, obwohl die Hüfte (Ort der Kraftübertragung auf den Oberkörper) unter dem Schwerpunkt liegt. Dabei wurde ein grundlegendes Prinzip (VPP, Kapitel 4) vorgeschlagen, in der Simulation untersucht und auch experimentell beim Menschen gefunden (Kapitel 5).

### 1.3 Der menschliche Gang

Bereits die Anatomie des Menschen ist gut auf das Gehen angepasst. So bewegt der Mensch beim Gehen seine Hüfte mit, und allein aus der Beweglichkeit der Hüfte, ohne speziellen Einsatz von Muskeln resultiert nach (Gamble, 2006) bereits eine Glättung der Körperbewegung. Ebenso würde eine Verlängerung des Beines bei konstanter Schrittweite zu einer geringeren vertikalen Bewegung führen. Die Beinlänge des Menschen kann jedoch nicht beliebig lang werden. Die maximale biomechanisch sinnvolle Länge ist durch die biologisch verfügbaren Materialien und die mit wachsender Beinlänge steigenden Beschleunigungskräfte limitiert. Der Mensch nutzt die gegebenen Möglichkeiten bereits sehr gut aus (Witte *et al.*, 1991). Das Vorhandensein eines Fußes führt jedoch zu einer deutlich größeren wirksamen Länge des Beines, als seine tatsächliche Ausdehnung beträgt: Das Bein dreht sich effektiv nun nicht mehr um den Aufsattpunkt, sondern um einen Punkt unter dem Boden (siehe Abbildung 1.1).

Bei (Alexander & Jayes, 1978) finden sich quantitative Untersuchungen über die Bodenreaktionskraft. Hier wird erstmals ein bedeutender qualitativer Unterschied zwischen Gehen und Rennen dargestellt: Während beim Rennen die vertikale Komponente der Bodenreaktionskraft typischerweise ein Profil mit einem klaren Maximum aufweist, so zeigen sich beim Gehen zwei deutliche Maxima (Abbildung 1.2).

Eine Erklärung für diese Form der Bodenreaktionskräfte und die Unterscheidung zwischen Gehen und Rennen bietet das Masse-Feder-Modell an, welches die Beine als elastische Federn und den Körper als Massepunkt beschreibt (Abschnitt 1.4). In der Tat findet man auch experimentell, dass sich die Beine im

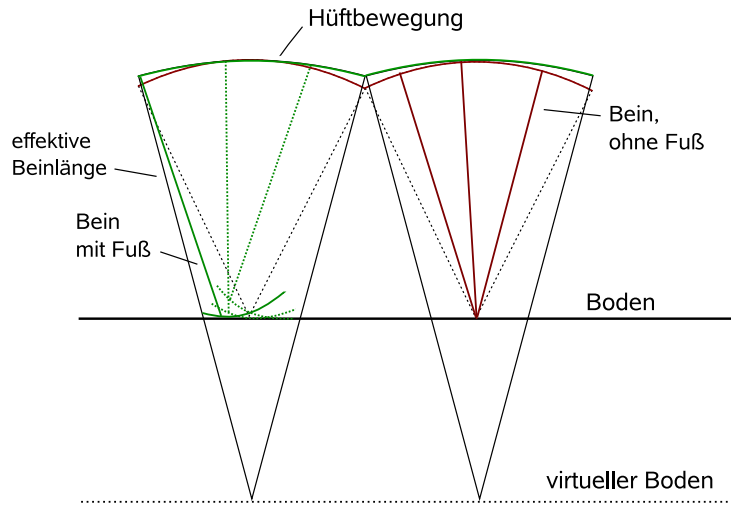


Abbildung 1.1: Durch das Abrollen über den Fuß verhält sich das Bein, als wäre es länger und würde über eine virtuelle Oberfläche laufen. Diese virtuelle Verlängerung des Beines führt zu einer geringeren vertikalen Bewegung des Körpers. Nach (Gamble, 2006).

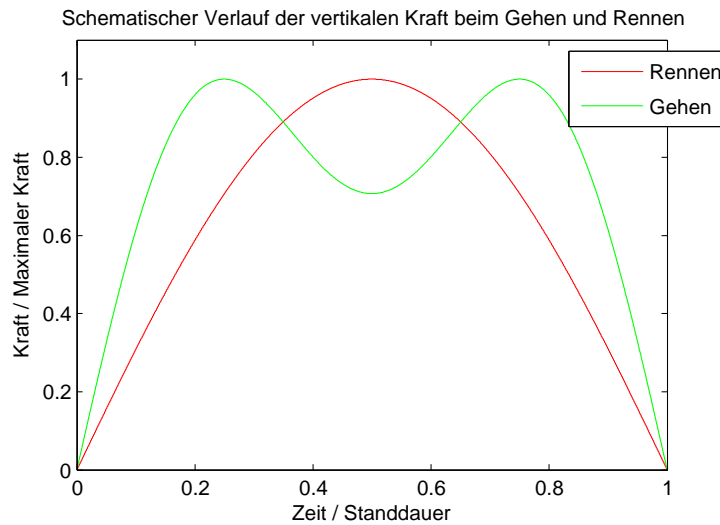


Abbildung 1.2: Verlauf der vertikalen Komponente der Kraft beim Gehen und Rennen während einer Standphase. Nach (Alexander & Jayes, 1978). Das Zustandekommen der Kraftmuster ist in Abschnitt 1.4 beschrieben.

Wesentlichen federähnlich verhalten (Günther & Blickhan, 2002).

Die Steuerung erfolgt dabei durch vorprogrammierte Bewegungsmuster im Zentralnervensystem, welche durch Rückkopplung mit der muskeleigenen Wahrnehmung (Propriozeption) gesteuert werden. Einige Krankheiten wie beispielsweise Spasmen stehen im Verdacht, durch Störung dieser Rückkopplung zu entstehen (Dietz, 2002). Man kann sich also vorstellen, dass der Mensch seine Bewegungsmuster erlernt, welche dann automatisch ablaufen und nur an



die jeweiligen Bedingungen angepasst werden. Somit ist ein mechanisch stabiles System, wie es der Mensch zur Fortbewegung benutzt, von großem Vorteil, denn es ermöglicht dem Menschen sich während des Gehens auf andere Sachen als auf die Fortbewegung zu konzentrieren (Blickhan *et al.*, 2007).

Auch um die Stabilität des Oberkörpers brauchen wir uns normalerweise keine Gedanken zu machen. Wenn wir erst gelernt haben zu gehen, bleibt unser Oberkörper während der Fortbewegung gerade (aber nicht in Ruhe) und fällt nicht um. Dies ist zwar offensichtlich und erforderlich, mechanisch jedoch kontraintuitiv: Die Hüfte, also das Gelenk zwischen Körper und Fortbewegungssystem, liegt unter dem Schwerpunkt, sowohl dem des gesamten Körpers als auch dem des Oberkörpers alleine.

Der Gesamtenergieverbrauch ist beim Gehen relativ gering, was nützlich ist, wenn man weite Strecken zurücklegen muß. Für eine 80 kg schwere Person bei einer Geschwindigkeit von  $1 \text{ ms}^{-1}$  liegt der Gesamtenergiebedarf des Körpers bei ca. 280 W (Gamble, 2006). Dabei ist der Energieverbrauch beim Gehen mit extrem langsamer Geschwindigkeit deutlich höher als beim Stehen; aus diesem Grund ist die Subtraktion des Energieverbrauchs beim Stehen von den Meßwerten zur Bestimmung eines reinen Energiebedarfs des Gehens nicht zulässig. Der Energiebedarf des Menschen beim Gehen steigt mit der Geschwindigkeit. (Gamble, 2006) gibt dafür eine explizite Form an:

$$E_w = 2,2 + 1,3v^2 \left[ \frac{\text{W}}{\text{kg}} \right]$$

Hier steht  $v$  für die Geschwindigkeit in  $\text{ms}^{-1}$ . Die quadratische Abhängigkeit bestätigen auch (Collins *et al.*, 2005; Donelan *et al.*, 2001). Der überraschend geringe Energiebedarf ist sowohl auf die fein ausgeklügelte Mechanik zurückzuführen als auch auf die Eigenschaft der Muskeln und Sehnen, sich federähnlich zu verhalten. Die elastischen Eigenschaften des Bewegungsapparates spielen dabei auch quantitativ eine wichtige Rolle (Alexander, 1988; Witte *et al.*, 1997). Betrachtet man den menschlichen Körper als Maschine, so kann diese einen Wirkungsgrad bezogen auf die chemische Energie der Nahrung von bis zu 30% erreichen. Beim Gehen liegt der Wirkungsgrad etwa zwischen 14-24%, je nach Geschwindigkeit. Dies liegt daran, dass bei der Berechnung der Grundenergiebedarf (etwa 100W) nicht vernachlässigt werden kann (Gamble, 2006). Die Körperform und Körperproportionen des Menschen sind dabei derart, dass der Energieverbrauch beim Gehen minimal wird (Witte *et al.*, 1991); beispielsweise sind die Armlänge und Masseverteilung am Arm derart, dass die (Eigen-)Pendelfrequenz der Arme beim Gehen der Schrittfrequenz entspricht.

Zum Vergleich: Ein Mensch, der mit den oben genannten Daten 100 km geht, verbraucht etwa 28 MJ. Ein Auto, welches für diese Distanz 7 Liter Diesel verbrauchen würde, käme damit auf 247 MJ. Allerdings kann das Auto wesentlich mehr Last befördern.

Die Evolution hat noch weitere Mechanismen geschaffen, dem Mensch eine möglichst vorteilhafte Fortbewegung zu ermöglichen. Die Arme dienen während der Fortbewegung als Pendel, um Torsionskräften entgegenzuwirken (Witte *et al.*, 1991). Damit die Pendelbewegung auch synchron bleibt und damit optimal wirken kann, gibt es einen Reflex, welcher beim Gehen die Schultermuskeln (M. Deltoideus, M. Triceps Brachii) entsprechend aktiviert, wenn das Sprunggelenk durch den M. Tibialis anterior gebeugt wird (Dietz *et al.*, 2001).

Die verschiedenen Muskeln im Bein scheinen dabei jeweils für eine typische Aufgabe vorgesehen. So gibt es mehrere Muskeln, welche das Kniegelenk strecken, jedoch werden diejenigen Muskel, welche nur über das Kniegelenk verlaufen, hauptsächlich zur Kraftentfaltung benutzt. Zur Steuerung der aufgebrachten Kraft werden hingegen bevorzugt diejenigen Muskeln verwendet, welche sich über zwei Gelenke erstrecken und somit auf zwei Gelenke gleichzeitig wirken (van Ingen Schenau *et al.*, 1995; Doorenbosch & van Ingen Schenau, 1995).

Der Mensch beherrscht augenfällig zwei verschiedene Fortbewegungsarten: Das Rennen und das Gehen. Erstaunlicherweise erweist sich eine klare Abgrenzung zwischen diesen Gangarten als schwierig: Offenbar wäre eine intuitive Unterscheidung, ob eine Flugphase des Körpers bei der Bewegung vorliegt oder ob eine Doppelunterstützungsphase existiert. Sport-Geher dürfen laut Regelwerk jedoch vom Boden abheben, solange dies nicht mit dem bloßen Auge sichtbar ist. Obwohl hier eine Flugphase vorliegt, zeigt sich trotzdem die für das Gehen typische Bodenreaktionskraft. Trotzdem soll im Weiteren das Vorhandensein einer Doppelunterstützungsphase als Unterscheidungskriterium für Gehen und Rennen dienen.

## 1.4 Das Masse-Feder-Modell

Das Feder-Masse-Modell ist ein einfaches Modell des menschlichen Rennens und Gehens, welches jedoch in der Lage ist, viele Beobachtungen zu erklären und auch bestimmte Parameter, wie beispielsweise die relative Dauer der Flugphase beim Rennen oder die Maximalkraft richtig vorherzusagen (Bullimore & Burn, 2007). Es wurde in der hier verwendeten Form erstmals bei (Blickhan, 1989) und (McMahon & Cheng, 1990) als Modell zur Erklärung der menschlichen Fortbewegung vorgestellt. Es besteht aus einem Massepunkt, an welchem eine Feder angebracht ist, welche während der Flugphase einen bestimmten Winkel zum Boden hält (Abbildung 1.3). Dieser Winkel kann von Schritt zu Schritt oder auch mit der Zeit variieren (Seyfarth *et al.*, 2003; Blum *et al.*, 2007). Sobald die Feder den Boden berührt, wird der Kontaktpunkt festgehalten und erst wieder losgelassen, wenn die Feder ihre ursprüngliche Länge erreicht. Das Modell weist somit eine Stand- und eine Flugphase auf. Die Bewegungsgleichungen müssen separat für beide Phasen formuliert werden. Dieses Modell kann auch umfallen. Dies gelte per Definition wenn der Schwerpunkt den Boden berührt oder unterschreitet ( $y_{\text{CoM}} \leq 0$ ).

Nicht ganz offensichtlich sind die Landebedingungen:

- $y_{\text{Fuß}}(t) = 0$ , d.h. der Fuß muß den Boden berühren
- $y_{\text{Fuß}}(t - dt) > 0$ , d.h. der Fuß muß zuvor über dem Boden gewesen sein. Dies ist nicht automatisch erfüllt, beispielsweise dann nicht wenn der Winkel des Beines zum Boden beim Abflug flacher ist als bei der Landung (asymmetrische Standphase).

Die Erweiterung des Modells um ein weiteres Bein ermöglicht im Weiteren auch die Fähigkeit zum Gehen (Abbildung 1.4) (Geyer *et al.*, 2006).

Zwischen dem Gehen und dem Rennen gibt es Unterschiede; offensichtlich kann es keine Doppelstützphase mit nur einem Bein geben. Diese Doppelstütz-

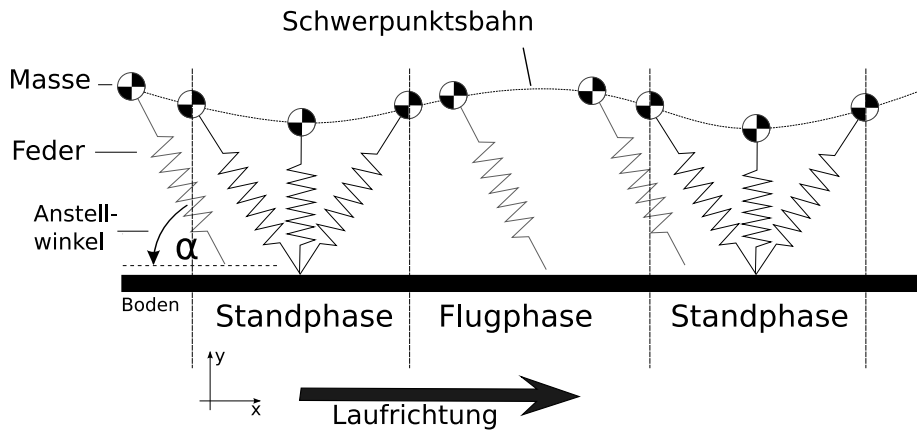


Abbildung 1.3: Schema des Masse-Feder-Modells für das Rennen: Sobald das Bein in der Luft ist, wird der Anstellwinkel  $\alpha$  vorgegeben; im Moment des Bodenkontakts wird das untere Ende des Beines solange festgehalten, bis das Bein seine ursprüngliche Länge wieder erreicht hat.

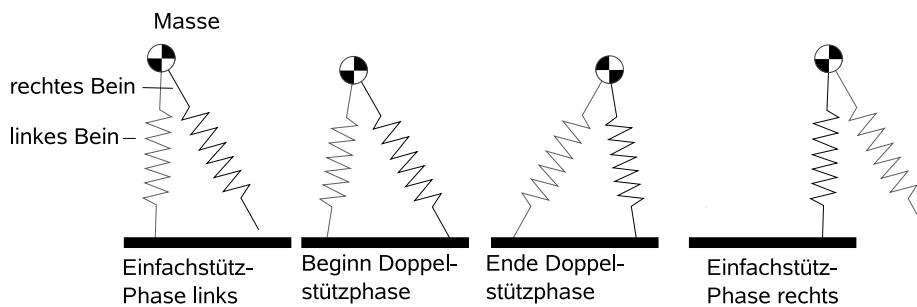


Abbildung 1.4: Schema des Masse-Feder-Modells für das Gehen: Es werden zwei Federn benötigt; zu jedem Zeitpunkt hat mindestens ein Bein Bodenkontakt.

phase jedoch führt zu einem qualitativen Unterschied in den Bodenreaktionskräften: Während beim Rennen das Bein umso weiter gestaucht wird, je tiefer der Schwerpunkt liegt<sup>1</sup>, so ist beim Gehen mit zwei Beinen das Gegenteil der Fall: Wenn der Schwerpunkt am höchsten liegt, wird er nur von einem Bein unterstützt; senkt er sich aber über eine gewisse Grenze, so bekommt das zweite Bein Bodenkontakt und nimmt Last vom ersten Bein weg. Ein wichtiger Unterschied zwischen Rennen und Gehen ist hier nun, dass beim Rennen das Bein etwa<sup>2</sup> dann maximal komprimiert ist, wenn der Schwerpunkt über dem Aufsetzpunkt ist, während dies beim Gehen nicht der Fall ist. Daraus resultieren die für das Gehen typischen zweigipfligen Kraftmuster. Das Gehmodell hat noch weitere Lösungen mit mehrgipfligen Kraftmustern (Geyer *et al.*, 2006). Da dieses Modell nur eine Feder und keine dissipativen Elemente hat, ist es konservativ. Es besitzt sowohl beim Rennen als auch beim Gehen selbst-stabilisierende Lösungen, also periodische Lösungen, welche eine kleine Störung mit jedem Schritt

<sup>1</sup>Dies trifft streng nur auf eine symmetrische Standphase zu.

<sup>2</sup>bei symmetrischen Standphasen exakt

abbauen. (Seyfarth *et al.*, 2002) weist erstmals die Selbststabilität beim Rennen des Modells nach. Diese stabilen Lösungen sind für die Fortbewegung sehr praktisch, da eine aufwändige Steuerung entfällt; lediglich bei unvorhergesehenen Ereignissen einer gewissen Größe muß man aktiv gegenregulieren (Blum *et al.*, 2007).

Die Parameter des Modells sind die Federsteifigkeit  $k$ , der Anstellwinkel  $\alpha_0$  und implizit die Energie  $E$ . Diese bleiben zunächst konstant. Mögliche Zustandsvariablen des Modells sind die Schwerpunktskoordinaten sowie die Geschwindigkeit.

Beide Beine sind unabhängig von einander, so dass sich die Kräfte der beiden Beine addieren.  $x, y$  bezeichnen die Schwerpunktskoordinaten;  $x_1$  sei der Fußpunkt des ersten Beines,  $x_2$  der des zweiten Beines.  $y_1, y_2$  bezeichnen die Bodenhöhe am Aufsetzpunkt der jeweiligen Beine (1,2).

$l_1 \equiv \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}$  sei die Länge des ersten Beines,  $l_2$  analog die Länge des zweiten Beines:  $l_2 \equiv \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2}$ . Die Federn seien linear, die Ruhelänge betrage  $l_0$ , die Federkonstante  $k$ , der Boden sei bei  $y = 0$ . Die Bewegungsgleichungen des Modells sind damit:

- Flugphase

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= 0 \\ \ddot{y} &= g\end{aligned}\tag{1.1}$$

- Einfachstützphase<sup>3</sup>

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= k(l_1 - l_0) \frac{x - x_1}{l_1} \\ \ddot{y} &= k(l_1 - l_0) \frac{y}{l_1} + g\end{aligned}\tag{1.2}$$

- Doppelstützphase

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= k(l_1 - l_0) \frac{x - x_1}{l_1} + k(l_2 - l_0) \frac{x - x_2}{l_2} \\ \ddot{y} &= k(l_1 - l_0) \frac{y}{l_1} + k(l_2 - l_0) \frac{y}{l_2} + g\end{aligned}\tag{1.3}$$

Hier behandelt wird das Rennen ohne Doppelstützphase; somit sind bei diesem Modell nur die Flugphase und die Einfachstützphase von Bedeutung.

Betrachtet man dieses Modell ohne Gravitation, so findet man leicht, dass die Standphase immer zu einer bestimmten Achse symmetrisch ist; die Schwerpunktsbewegung entspricht dann nicht überraschend einer "Reflexion" am Boden.

Dieses Modell bildet die Grundlage der hier untersuchten Modelle. Der Massepunkt wird durch einen ausgedehnten starren Körper ersetzt, jedoch bleiben die Untersuchungen auf zwei Dimensionen beschränkt.

Bei (Seipel & Holmes, 2005) findet sich die Untersuchung dieses Modells in drei Dimensionen: hier ist das Bein nun nicht mehr in Flugrichtung nach vorne gebeugt, sondern abwechselnd zusätzlich noch nach rechts und nach links

<sup>3</sup> $\cos \alpha = (x_1 - x)/l$ ;  $\sin \alpha = y/l$

ausgelenkt. Es konnten zwar periodische Lösungen gefunden werden, jedoch keine stabilen. Dies passt gut zu der Vorstellung, dass das Bein “nur nach vorne” schwingt, und die seitliche Stabilisierung anderweitig erfolgt (Hof *et al.*, 2007).

Interessant an diesen Modellen ist, dass das Renn-Modell einfacher ist als das Geh-Modell, und das Rennen einfacher zu modellieren und zu verstehen ist als das Gehen.

Auch Modelle, welche die segmentierte Geometrie des Körpers nachbilden, also Knie und Sprunggelenk haben, können, wenn sie mit Federn ausgestattet sind, Kraftmuster erzeugen, welche zum Gehen und Rennen befähigen (Seyfarth *et al.*, 2006). So zeigt zum Beispiel das in Abschnitt 1.6 beschriebene Zwei-Segment-Bein wesentlich größere Parameterbereiche, in welchen es stabil läuft, als eine lineare Beinfeder (Rummel & Seyfarth, 2007).

## 1.5 Vergleich zwischen Modell und Experiment

Die Bodenreaktionskräfte beim Gehen (Abbildung 1.5) und Rennen (Abbildung 1.6) werden durch das Masse-Feder-Modell gut beschrieben, jedoch nicht in allen Einzelheiten erklärt. So muß beispielsweise die Bewegung des Beines beim Bodenkontakt abgebremst werden; die dafür erforderliche Kraft kann das Feder-Masse-Modell nicht erklären. Diese Kräfte sind jedoch deutlich kleiner als Hauptanteil der Kraft, welcher zur Körperbewegung dient.

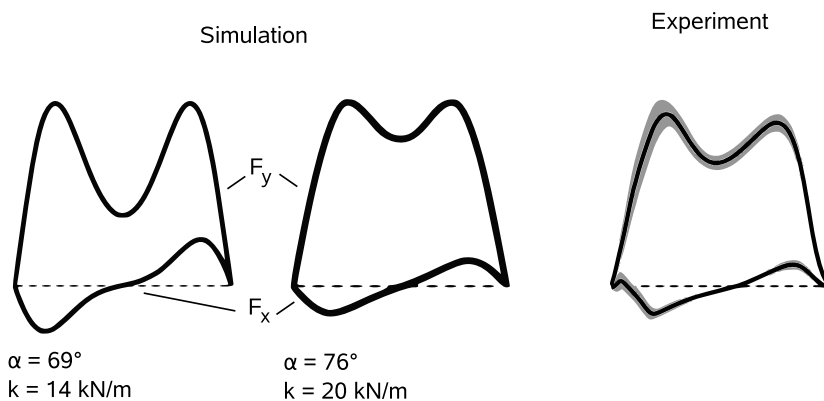


Abbildung 1.5: Horizontale und vertikale Komponente der Bodenreaktionskraft eines Beines beim Gehen.

aus (Geyer *et al.*, 2006)

links: Ergebnisse einer Simulation mit linearer Feder  
rechts: Messdaten aus Experimenten mit Probanden

## 1.6 Zwei-Segment-Bein

Die untersuchten Modelle wurden auch mit einer nichtlinearen Beinfeder untersucht, um zu sehen, ob sich die positiven Effekte auf die Stabilität beim Rennen

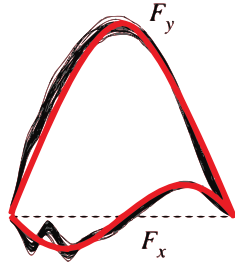


Abbildung 1.6: Horizontale und vertikale Komponente der Bodenreaktionskraft beim Rennen.

aus (Geyer *et al.*, 2006)

rot: Ergebnis einer Simulation mit linearer Feder

schwarz: Messdaten von Probanden

auch auf ein Modell mit ausgedehntem Oberkörper übertragen lassen. Das hier vorgestellte segmentierte Bein entspricht einer nichtlinearen degressiven Federcharakteristik. Es zeigt sich, dass die Charakteristik der Feder einen großen Einfluß auf den Bereich der stabilen Parameter hat. Eine ausführliche Analyse des Zwei-Segment-Beines ist bei (Rummel & Seyfarth, 2007) zu finden.

Das hier verwendete Zwei-Segment-Bein besteht aus zwei gleich langen Schenkeln, welche mit einer Drehfeder am “Knie” verbunden sind. Die Drehfeder habe einen Ruhewinkel  $\phi_{k0}$  und erzeuge ein Drehmoment  $M = c(\phi_{k0} - \phi)$ . Hierbei steht  $c$  für die Drehfedersteifigkeit und  $\phi$  für den momentanen Knie-Winkel. Der Ruhewinkel ist ein weiterer Modellparameter; alle anderen Parameter entsprechen denen des Feder-Masse-Modells (Federsteifigkeit wird zur Drehfedersteifigkeit). Dieses Modell entspricht einer nichtlinearen Feder (Abbildung 1.7). Die Ruhelänge des Beines sei  $l_0$ , somit gilt für die Schenkellänge  $L_S = \frac{1}{2}l_0 \sin^{-1}(\phi_{k0}/2)$ . Die Kraft  $F_M$  des Beines senkrecht zur Drehachse des Knies und zum Oberschenkel ist:

$$F_M = \frac{M}{L_S} = \frac{c(\phi - \phi_{k0})}{L_S} \quad (1.4)$$

Die Gesamtkraft dieser virtuellen Beinfeder kann nur entlang der Beinachse wirken. Somit erhält man aus der Geometrie für die Beinkraft  $F_{\text{Ges}}$ :

$$F_{\text{Ges}} = \frac{F_M}{\cos \frac{\phi}{2}} = \frac{c(\phi - \phi_{k0})}{L_S \cos \frac{\phi}{2}} \quad (1.5)$$

Die nichtlineare degressive Beinfeder zeigt beim Rennen in einem deutlich größeren Parameterbereich stabiles Verhalten (Abbildung 1.8), während es beim Gehen genau andersherum ist (Abbildung 1.9), d.h. beim Gehen ist der Bereich stabiler Parameter bei der nichtlinearen degressiven Beinfeder kleiner.

## 1.7 Robotik

Bereits seit über 20 Jahren gibt es Roboter, die in der Lage sind, sich auf einem, zwei, vier, sechs oder acht Beinen fortzubewegen und sich auch zu stabilisie-

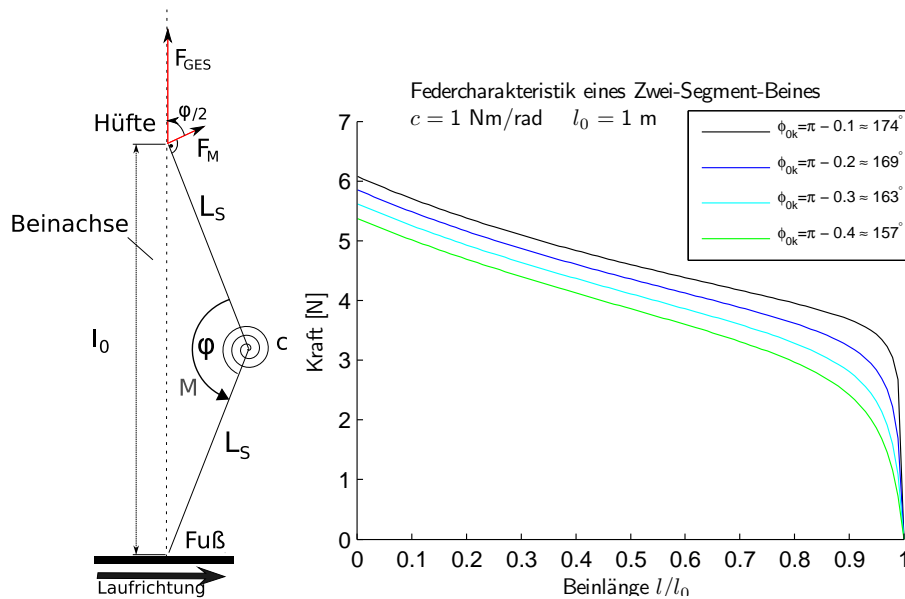


Abbildung 1.7: Ein Zwei-Segment-Bein als nichtlineare Feder

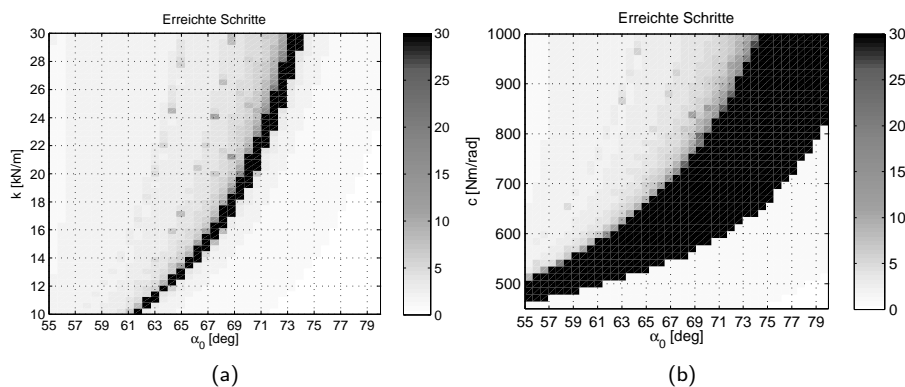


Abbildung 1.8: Rennen, erreichte Schritte (Abbruch der Simulation nach 30 Schritten)  
 Anfangsbedingungen:  $y_0 = 1,05 \text{ m}$ ,  $m = 80 \text{ kg}$ ,  $v_x = 4 \text{ m s}^{-1}$ ,  $v_y = 0 \text{ m s}^{-1}$   
 a: lineare Feder  
 b: Zwei-Segment-Modell,  $\phi_{k0} = 169^\circ$

ren (Raibert, 1986). Das bekannteste Beispiel heutzutage ist wohl "Asimo" von Honda. Jedoch ist noch kein Roboter in der Lage, *wie ein Mensch* zu Gehen oder gar zu Rennen, ohne dabei von außen unterstützt zu werden.

Es gibt verschiedene Strategien, Roboter stabil gehen zu lassen; eine ist beispielsweise, den Roboter genau zu vermessen, und mit einem Computerprogramm die Aktuatoren so zu steuern, dass die Bewegung einer vorgegebenen Soll-Bewegung möglichst nahe kommt. Auch eine Stabilisierung auf der Strategie, die Gesamtenergie des Systems zu erhalten, ist nach (Hyon & Emura, 2004)

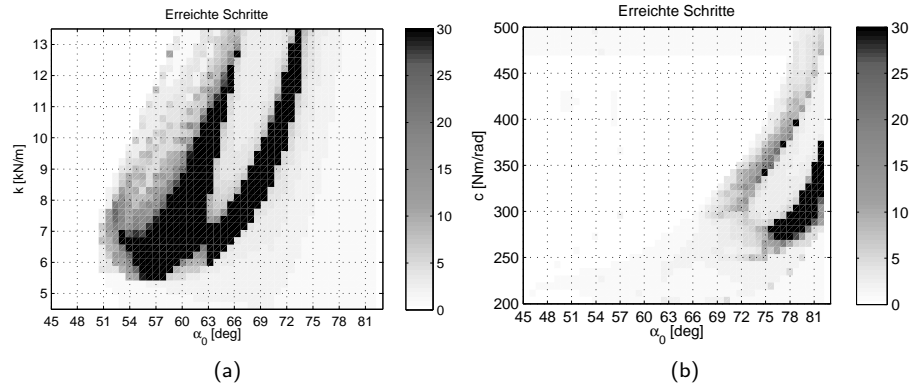


Abbildung 1.9: Gehen, erreichte Schritte (Abbruch der Simulation nach 30 Schritten)  
 Anfangsbedingungen:  $y_0 = 0,99$  m,  $m = 80$  kg,  $v_x = 1$  m s<sup>-1</sup>,  $v_y = 0$  m s<sup>-1</sup>

a: lineare Feder

b: Zwei-Segment-Modell,  $\phi_{k0} = 169^\circ$

Die scharfe Kante des stabilen Bereichs beim Zwei-Segment-Modell ist darauf zurückzuführen, dass das Bein bei einer Apexhöhe von 0,99 m und einer Beilänge von 1 m ab einem Anstellwinkel von  $81,9^\circ$  keine Schwungphase mehr hat.

möglich<sup>4</sup>. Ein anderer sehr interessanter Ansatz ist das “Virtual Model Control” (Pratt *et al.*, 2001). Hierbei wird eine direkte Verbindung zwischen den Simulationen am Computer und den Experimenten mit Robotern hergestellt: Man simuliert eine Maschine, die eine bestimmte Aufgabe erfüllen soll, und sucht dann nach einer geeigneten Vorschrift, diese virtuelle Maschine auf den Roboter abzubilden; sowohl in Richtung Modell  $\rightarrow$  Roboter, als auch in Richtung Roboter  $\rightarrow$  Modell. Wenn man so eine geeignete Vorschrift gefunden hat, kann man alle Erkenntnisse aus der Simulation auf einen Roboter übertragen. (Pratt *et al.*, 2001) geben als Beispiel an, dass das Klopfen an eine Tür für einen Roboter an sich eine schwierige Aufgabe ist, in der Simulation jedoch einfach durch eine an der Tür abprallende Feder dargestellt werden kann und auf diesem Weg eine Kontrolle des Roboters auf einfache Weise ermöglicht.

<sup>4</sup>Bisher wurde ein simuliertes Modell ihres Roboters erfolgreich stabilisiert.



# Kapitel 2

## Methodik

In diesem Kapitel werden die verwendeten Verfahrensweisen zum Auffinden periodischer Bewegungen und zum Nachweis von Stabilität vorgestellt. Hierfür wurden die Quellen (Bronstein *et al.*, 2001; Guckenheimer & Holmes, 1983; Strogatz, 1994) verwendet.

### 2.1 Grundannahmen

Es wird ein Modell betrachtet, welches sich kontinuierlich geradlinig fortbewegen soll. Der Untergrund sei gleichmäßig. Somit ist zeitliche Entwicklung des Systems nicht vom Ort abhängig, an dem sich das System gerade befindet. Aus diesem Grund wird nun der Gesamtzustand stets ohne die Ortskoordinate in Bewegungsrichtung betrachtet. Diese Vorgehensweise hat sich als zweckmäßig herausgestellt.

### 2.2 Periodische Bewegungen

#### 2.2.1 Poincaré-Schnitt

Man betrachtet nun eine Momentaufnahme des Systems an einem definierten Systemzustand. Im folgenden wird dafür stets der Apex<sup>1</sup> der Bewegung verwendet. Durch die Reduktion auf diese Betrachtungsweise fällt die Vertikalgeschwindigkeit heraus, da sie per Definition 0 ist. Der Raum der Lösungen wurde also um eine Dimension reduziert. Dieses reduzierte Gebiet im Raum der Lösungen heißt **Poincaré-Schnitt** (Abbildung 2.1). Zu beachten ist, dass die Lösungskurven durch das Gebiet hindurchtreten müssen. Dies bedeutet, daß der betrachtete Systemzustand stets nur einen Zeitpunkt, nicht aber endliche Zeit lang existieren darf.

#### 2.2.2 Fixpunkt

In den Modellen können periodische Lösungen existieren, also Lösungen, die sich im Lauf der Zeit stets wiederholen. Wenn eine Lösung in jedem Schritt

---

<sup>1</sup>höchster Punkt der Schwerpunktsbahn

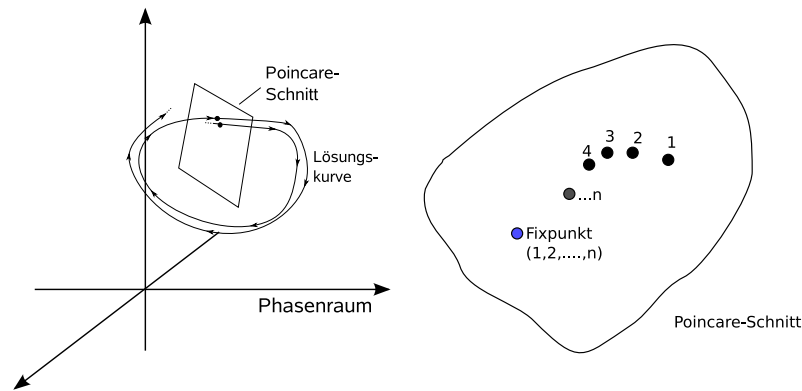


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung eines Poincaré-Schnitts. Das Gebiet ist begrenzt und keine Hyperfläche. Eine Lösung kann das Gebiet auch mehrmals, an verschiedenen Punkten (schwarz) oder unendlich oft stets am gleichen Punkt ("Fixpunkt", blau) schneiden

gleich ist, so liegt sie auch im Poincaré-Schnitt stets am gleichen Punkt. Dieser Punkt heißt dann **Fixpunkt**.

Die Umgebung, in welcher sich das System fortbewegt, sei zeitlich gleichbleibend. Damit entwickelt sich das System aus einem Zustand heraus stets gleich. Wenn ein System sich aus einem Zustand heraus so entwickelt, dass es diesen Zustand wieder erreicht, so geschieht dies offensichtlich immer wieder. Jeder Zustand, der vom System wieder erreicht wird, ist also ein Fixpunkt.

### 2.2.3 Auffinden eines Fixpunktes im Modell

Das einfache Durchsuchen vieler Parameterkombinationen nach einem Fixpunkt ist im Regelfall zeitaufwändig und nicht immer mit Erfolg gekrönt. Das hier dargestellte Verfahren eignet sich gut, um Fixpunkte zu finden. Dabei handelt es sich um das Newton-Verfahren im mehrdimensionalen Raum (Bronstein *et al.*, 2001).

Ein Fixpunkt  $\Gamma_0$  ist ein Systemzustand, welcher durch einen Schritt auf sich selbst abgebildet wird.

$$S(\Gamma_0) = \Gamma_0 \quad (2.1)$$

Nun wird die Differenzfunktion  $\mathcal{F}$  definiert:

$$\mathcal{F}(\Gamma) = S(\Gamma) - \Gamma \quad (2.2)$$

Offenbar verschwindet die Differenzfunktion genau dann, wenn  $\Gamma$  ein Fixpunkt ist. Gesucht werden nun Nullstellen der Funktion  $\mathcal{F}$  mit dem Newton-Verfahren. Dazu startet man an einem Punkt  $\Gamma_1$ . In der Praxis hat es sich gezeigt, dass das Verfahren nur konvergiert, wenn  $\Gamma_1$  bereits relativ nahe an einem Fixpunkt liegt; um in die Nähe eines Fixpunktes zu kommen, kann man beispielsweise "geschickt probieren". Aus ähnlichen Modellen war die ungefähre Lage möglicher Fixpunkte zu erahnen; durch Probieren wurden Zustände entdeckt, welche sich als Startzustände für das Newton-Verfahren eigneten.

Die Iterationsformel für dieses Verfahren lautet:

$$\Gamma_{n+1} = \Gamma_n + \Delta\Gamma. \quad (2.3)$$

$\Delta\Gamma$  erhält man nach folgender Vorschrift:

$$\Delta\Gamma = -\hat{\mathcal{J}}_{\Gamma}^{-1} \mathcal{F}(\Gamma). \quad (2.4)$$

Hierbei steht  $\hat{\mathcal{J}}_{\Gamma}^{-1}$  für die Inverse der Jacobi-Matrix der Differenzfunktion  $\mathcal{F}$  am Punkt  $\Gamma$ . Wenn die Determinante der Jacobi-Matrix klein gegen 1 wird, ist es sinnvoll, eine "Ersatz-Inversion" durchführen (Abschnitt 2.5.2). Mit diesem Verfahren kann man nach wenigen Iterationen Fixpunkte im Rahmen der Rechengenauigkeit finden.

## 2.3 Grundlagen der Stabilitätsanalyse

### 2.3.1 Stabilität

Ein Fixpunkt heißt *stabil*, wenn kleine<sup>2</sup> Störungen nach mehreren Schritten abgebaut werden. Es ist durchaus möglich, dass eine Störung an einem stabilen Fixpunkt zunächst größer wird (Abschnitt 2.3.3). Wird der Abstand zum Fixpunkt mit jedem Schritt echt kleiner, so heißt das System asymptotisch stabil. Der **Abstand** zweier Punkte im Zustandsraum ist dabei definiert als

$$D \equiv \sqrt{\sum_i (a_i - b_i)^2}. \quad (2.5)$$

Dabei werden alle Größen als Vielfaches der SI-Einheiten angegeben.

Bei den hier untersuchten Modellen liegen die Fixpunkte oft nicht isoliert, sondern in einem (normalerweise eindimensionalen) Gebiet aus Fixpunkten, d.h. in unmittelbarer Nähe eines Fixpunktes existiert mindestens ein anderer Fixpunkt. Dann gibt es eine Störung, welche das System in einen anderen Fixpunkt überführt. Da das System diesen ohne eine weitere Störung nicht mehr verläßt, wird der Abstand zum ursprünglichen Fixpunkt weder größer noch kleiner. Wenn alle kleine Störungen, die nicht zu einem anderen Fixpunkt führen, im Laufe mehrerer Schritte stets kleiner werden, so soll dieses Gebiet<sup>3</sup> stabil genannt werden.

### 2.3.2 Stabilitätsanalyse mittels Floquet-Faktoren

Im eindimensionalen Fall des Masse-Feder-Modells gibt es einen sehr anschaulichen Nachweis der Stabilität: man stellt die Schrittfunktion  $\mathcal{S}(\Gamma) = \mathcal{S}(y_i) = y_{i+1}$  graphisch dar ("Apex-Return-Map", Abbildung 2.2). Hierbei ist  $y_i$  die Apexhöhe bei Schritt  $i$ ,  $y_{i+1}$  die Apexhöhe am darauffolgenden Apex. Das rennende Masse-Feder-Modell ist vollständig durch die Höhe am Apex charakterisiert<sup>4</sup>;  $v_y$  ist per Definition 0,  $v_x$  ergibt sich aus der (konstanten) Gesamtenergie des Systems. Die Bedingung für Stabilität eines Fixpunkts ist, dass der Betrag der Steigung

<sup>2</sup>"Klein" bedeutet hier, dass die lineare Entwicklung der Schrittabbildung um den Fixpunkt die wesentlichen Eigenschaften des Systems am Ort der Störung adäquat beschreibt.

<sup>3</sup>So ein "stabiles Gebiet" heißt auch Attraktor.

<sup>4</sup>Hier und im Folgenden wird stets von einem horizontalen Boden ausgegangen.

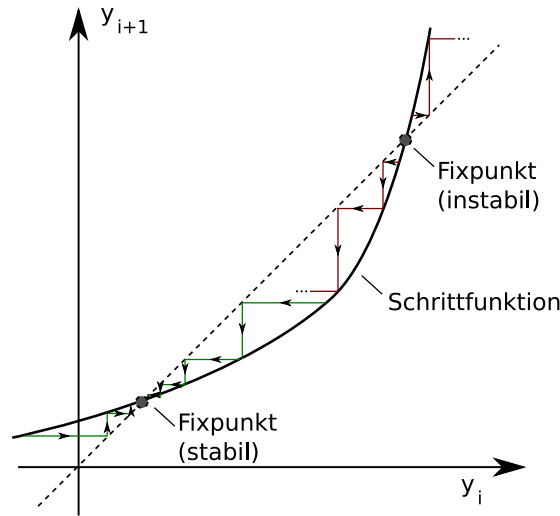


Abbildung 2.2: Eindimensionale Apex-Return-Map: Dargestellt ist die Schrittfunktion. Sie gibt die Höhe des nächsten Apex in Abhängigkeit vom der aktuellen Apexhöhe an (bei konstanter Systemenergie). Es gibt hier genau 2 Fixpunkte. Dargestellt sind die Entwicklung je zweier Störungen.

instabiler Fixpunkt: kleine Störungen werden von Schritt zu Schritt größer.

stabiler Fixpunkt: auch größere Störungen werden mit jedem Schritt abgebaut.

der Schrittfunktion am Fixpunkt kleiner als 1 ist:

$$\text{Fixpunkt ist asymptotisch stabil} \iff \left| \frac{dS}{dy_i} \right| < 1 \quad (2.6)$$

Für den Fall, dass die Steigung genau 1 ist, müssen weitere Methoden der Analyse herangezogen werden; im eindimensionalen Fall beispielsweise höhere Ableitungen, um zu entscheiden ob der Differenzenquotient für endliche Störungen größer oder kleiner als 1 ist.

Im mehrdimensionalen Raum wird die Ableitung der Schrittfunktion durch die Jacobi-Matrix ersetzt. Dabei lässt sich jede Störung  $\Delta\Gamma$  als Linearkombination von Eigenvektoren  $\vec{j}_i$  der Jacobi-Matrix  $\hat{J}_0$  der Schrittfunktion am Fixpunkt darstellen.  $\vec{j}_i$  seien die normierten Eigenvektoren:  $|\vec{j}_i| = 1$ . Dann lässt sich die Störung  $\Delta\Gamma$  darstellen als:

$$\Delta\Gamma = \sum_i c_i \vec{j}_i. \quad (2.7)$$

Wenn die Störung  $\Delta\Gamma$  nun klein genug ist, dass die lineare Entwicklung der Schrittfunktion am Fixpunkt  $\Gamma_0$  die Funktion gut approximiert, so entwickeln sich Störungen mit Gleichungen 2.1 und 2.7 gemäß:

$$\begin{aligned} S(\Gamma) &= S(\Gamma_0 + \Delta\Gamma) \approx S(\Gamma_0) + \hat{J}_0 \Delta\Gamma \\ &= \Gamma_0 + \sum_i c_i \lambda_i \vec{j}_i. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Hierbei bezeichnen  $\lambda_i$  die zu den jeweiligen Eigenvektoren gehörenden Eigenwerte. Nach  $n$  Schritten wird aus dem gestörten System  $\Gamma = \Gamma_0 + \Delta\Gamma_0$ :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{S}^n(\Gamma) &= \mathcal{S}^{n-1}(\mathcal{S}(\Gamma)) \approx \mathcal{S}^{n-1}(\Gamma_0 + \underbrace{\hat{\mathcal{J}}\Delta\Gamma_0}_{\Delta\Gamma_1}) \approx \mathcal{S}^{n-2}(\Gamma_0 + \hat{\mathcal{J}}\Delta\Gamma_1) \\
 &\approx \mathcal{S}^{n-2}(\Gamma_0 + \hat{\mathcal{J}}^2\Delta\Gamma_0) \approx \dots \approx \Gamma_0 + \hat{\mathcal{J}}^n\Delta\Gamma_0 \\
 &\approx \Gamma_0 + \underbrace{\sum_i c_i \lambda_i^n \vec{j}_i}_{\text{Störung}} \quad (2.9)
 \end{aligned}$$

Die Eigenwerte der Jacobi-Matrix am Fixpunkt heißen auch **Floquet-Faktoren**. Offenbar verschwindet eine beliebige, kleine Störung genau dann, wenn alle Floquet-Faktoren  $\lambda_i$  betragsmäßig kleiner als 1 sind:

$$\text{Fixpunkt ist asymptotisch stabil} \iff \forall i : |\lambda_i| < 1 \quad (2.10)$$

Die Störung muß jedoch nicht mit jedem Schritt kleiner werden (siehe Abschnitt 2.3.3).

Die Floquet-Faktoren sind unabhängig davon, in welchem Einheitensystem die Jacobi-Matrix formuliert wird (siehe Anhang A).

Anschaulich ist es gut vorstellbar, dass es in bestimmten Grenzen zu jeder Geschwindigkeit eine periodische Lösung (= Fixpunkt) gibt. Dies bedeutet jedoch, dass in unmittelbarer Nähe eines Fixpunkts ein weiterer Fixpunkt liegt, und somit ein Gebiet aus Fixpunkten existiert. Eine Störung, welche dieses Gebiet nicht verläßt, überführt das System in einen anderen Fixpunkt. Da dieses System nun wieder an einem Fixpunkt ist, bleibt der Abstand zum ursprünglichen Fixpunkt stets erhalten. Mathematisch formuliert: Wenn es ein Gebiet aus Fixpunkten gibt, dann muß es mindestens einen Eigenwert geben, der genau 1 ist:

*Wenn ein  $n$ -dimensionales Gebiet aus Fixpunkten vorliegt, so sind mindestens  $n$  Eigenwerte der Jacobi-Matrix an jedem Punkt dieses Gebietes gleich 1.*

Natürlich muß dieses Gebiet nicht linienförmig sein. Bei den weiteren Untersuchungen wird nun stets angenommen, dass ein Gebiet aus stabilen Fixpunkten vorliegt, wenn der größte Floquet-Faktor genau 1 ist. Wenn zusätzlich mindestens ein Floquet-Faktor betragsmäßig echt kleiner als 1 ist, so wird asymptotische Stabilität angenommen.

$$\text{Fixpunkt ist stabil} \iff \forall i : |\lambda_i| \leq 1 \quad (2.11)$$

$$\text{F. ist asymptotisch stabil} \iff \forall i : |\lambda_i| \leq 1 \wedge \exists \lambda_j : |\lambda_j| < 1 \quad (2.12)$$

Der **Stabilitätskoeffizient** sei der Betrag des betragsmäßig größten Floquet-Faktors. Offenbar gilt, dass ein Fixpunkt nur dann stabil sein kann, wenn der Stabilitätskoeffizient kleiner oder gleich 1 ist. Alle in dieser Arbeit gefundenen periodischen Lösungen liegen in einem Gebiet aus Fixpunkten, daher ist immer mindestens ein Floquet-Faktor gleich 1. Demzufolge ist auch der Stabilitätskoeffizient stets größer oder gleich 1. Es muss betont werden, dass der Stabilitätskoeffizient ausschließlich an Fixpunkten definiert ist.

Es gilt: *Wenn der Stabilitätskoeffizient größer als 1 ist, so ist die periodische Lösung instabil.*

### 2.3.3 Bemerkung: Störung kann trotz Stabilität größer werden

Wenn es verschiedene Eigenwerte gibt, und die zugehörigen Eigenvektoren nicht orthogonal stehen, so kann eine Störung trotz Stabilität durchaus auch größer werden (Abbildung 2.3). Es gilt jedoch weiterhin, dass die Störung nach endlich vielen Schritten kleiner als die ursprüngliche Störung wird. Die Abweichung kann prinzipiell jedoch beliebig groß werden, auch so groß, dass die lineare Approximation der Schrittfunction nicht mehr gültig ist. Dieser Fall wurde hier nicht weiter untersucht.

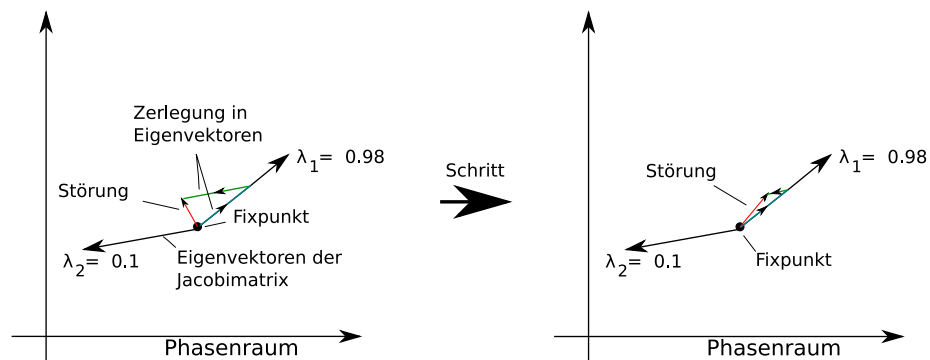


Abbildung 2.3: Wenn mindestens zwei Eigenvektoren zu verschiedenen Eigenwerten nicht orthogonal zueinander stehen, so kann die ursprüngliche Störung größer werden, obwohl alle Eigenwerte betragsmäßig kleiner als eins sind.

### 2.3.4 Bemerkung: Jacobi-Matrix als Zeitinversion am Fixpunkt

In der Nähe eines Fixpunkts entwickelt sich ein Zustand bei einem Schritt gemäß Gleichung 2.8. Daraus lässt sich bei einem gegebenen Punkt  $\Gamma$  der Zustand des Systems am vorherigen Apex näherungsweise berechnen. Dies ist insofern bemerkenswert, als dass dies nicht durch einfache Zeitumkehr in den Bewegungsgleichungen möglich ist: da der Anstellwinkel  $\alpha$  beim Abheben des Beines nicht bekannt ist, ist auch der Zeitpunkt des Übergangs von der Flug- zur Standphase beim Rückwärtsrechnen nicht bestimmbar.

Die Umkehrfunktion von 2.8 ist:

$$S^{-1}(\chi) := \Gamma_0 + \hat{\mathcal{J}}_0^{-1}(\chi - \Gamma_0) \quad (2.13)$$

Offenbar gilt:

$$\begin{aligned} S^{-1}(S(\Gamma)) &= \Gamma_0 + \hat{\mathcal{J}}_0^{-1}(S(\Gamma_0 + \Delta\Gamma) - \Gamma_0) \\ &\approx \Gamma_0 + \hat{\mathcal{J}}_0^{-1}(\Gamma_0 + \hat{\mathcal{J}}_0(\Delta\Gamma) - \Gamma_0) \\ &= \Gamma_0 + \Delta\Gamma = \Gamma \end{aligned} \quad (2.14)$$

Dies ist genau dann möglich, wenn die Inverse der Jacobi-Matrix existiert. Die Inverse der Jacobi-Matrix existiert genau dann, wenn alle Eigenwerte verschieden von 0 sind. Dies ist auch anschaulich klar: Wenn ein Eigenwert 0 ist, so gibt

es eine Störung, welche nach einem Schritt komplett verschwindet. Dann kann aber auch nicht mehr gesagt werden, wie groß diese Störung vor dem Schritt war, da jede kleine Störung in der gleichen Richtung auch verschwinden würde.

## 2.4 Mehr-periodische Fixpunkte

Mehr-periodische Fixpunkte sind Systemzustände, die erst wieder nach mehreren Schritten erreicht werden. Es muß unterschieden werden zwischen mehr-periodischen Fixpunkten, welche nach  $n$  Schritten exakt wieder auf sich selbst abgebildet werden, und solchen, welche dem ursprünglichen Systemzustand in endlicher Zeit lediglich nahe kommen. Mehr-periodische Fixpunkte können nicht mit der in Abschnitt 2.2.3 beschriebenen Methode gefunden werden, da die dort definierte Abstandsfunktion  $\mathcal{F}$  für sie nicht verschwindet. Es ist zwar möglich, für ein festes  $n$   $n$ -periodische Fixpunkte zu finden, indem man die Schrittfunktion auf  $n$  Schritte ausweitet. Jedoch können damit nur mehr-periodische Fixpunkte mit ganzzahliger Periode gefunden werden.

In der hier vorliegenden Arbeit wurde nicht versucht, derartige Fixpunkte zu finden. Es ist jedoch sinnvoll, derartige Fixpunkte als solche zu identifizieren. Ein Fixpunkt wird dann als stabil bezeichnet, wenn die Floquet-Faktoren betragsmäßig nicht größer als 1 sind. Sind nun zwei Floquet-Faktoren an einem (ein-periodischen Fixpunkt) paarweise komplex konjugiert und betragsmäßig gleich eins, liegt in der Umgebung dieses Fixpunktes ein Gebiet mit mehrperiodischen Fixpunkten vor. Wenn die Jacobi-Matrix nur reelle Eigenwerte hat und eine Störung als Linearkombination von Eigenvektoren mit dem Eigenwert 1 geschrieben werden kann, so deutet dies auf einen Bereich an (ein-periodischen) Fixpunkten hin, dies ist jedoch noch kein Beweis. Wenn man nun die Schrittabbildung auf  $n$  Schritte ausdehnt, wobei  $n$  die Periode des Fixpunkts sein soll, dann sind mindestens zwei Eigenwerte der Jacobi-Matrix gleich 1. Da die Jacobi-Matrix nach  $n$  Schritten gleich der Jacobi-Matrix nach einem Schritt zur  $n$ -ten Potenz<sup>5</sup> ist, kann man so die Periode der Fixpunkte aus der Jacobi-Matrix nach einem Schritt berechnen: sei  $\lambda_i$  ein komplexer Eigenwert mit dem Betrag eins und dem Winkel  $\phi = \arctan(\Im(\lambda_i)/\Re(\lambda_i))$ , so ist die Periode die kleinste ganze Zahl  $n$ , für die  $n\phi = k \cdot 2\pi$ ,  $k \in \mathbb{N}$  gilt.

Oft läßt sich keine solche Zahl finden; dann füllt die Trajektorie einen Torus im Phasenraum aus. Die Bewegung kann dann als quasi- $(2\pi/\phi)$ -periodisch betrachtet werden.

Bei den Untersuchungen zeigten sich oft paarweise konjugierte Floquet-Faktoren, welche betragsmäßig nur knapp (etwa  $10^{-2} \dots 10^{-4}$ ) unter eins lagen. Diese entsprachen dann einer periodischen Wackelbewegung des Oberkörpers, welche mit der Zeit nur langsam abgebaut wurde.

## 2.5 Numerische Herangehensweise

### 2.5.1 Verwendete Software und Verfahren

Als Software wurde Matlab R14SP3 mit Simulink verwendet. Die Rechengenauigkeit (relative und absolute Toleranz) wurde auf  $10^{-11}$  gesetzt. Dies erwies

<sup>5</sup>im Rahmen der Gültigkeit der linearen Entwicklung

sich als vollkommen ausreichend, um die partiellen Ableitungen von Funktionen numerisch auszurechnen, jedoch gab es bei Ableitungen höherer Ordnung Probleme. Um weitere, eventuell besser geeignete Verfahren der Stabilitätsanalyse und des Auffindens eines Fixpunktes zu untersuchen wurde versucht, die Hesse-Matrix der Funktion  $f \equiv |\mathcal{F}|$  auszurechnen. Dabei zeigte sich, dass das Ergebnis wesentlich vom verwendeten Lösungsverfahren abhing. Der Unterschied betrug mehr als Faktor 2; deswegen wurde im weiteren auf höhere Ableitungen verzichtet. Bei der Berechnung von partiellen Ableitungen und Simulationsergebnissen zeigte sich hingegen keine nennenswerte Abhängigkeit vom verwendeten Löser; auch eine Änderung der Rechengenauigkeit veränderte die Ergebnisse relativ nicht um mehr als  $10^{-8}$ . Die numerisch gefundenen Ergebnisse sind als aussagekräftig einzustufen.

Als Lösungsverfahren wurde *ode113* (Matlab) mit einer absoluten und relativen Toleranz von  $10^{-11}$  verwendet.

Die Jacobi-Matrix einer Funktion  $\mathcal{F} : \mathbf{R}^n \mapsto \mathbf{R}^n$  ist definiert durch die partiellen Ableitungen der Funktion nach ihren Variablen. Für die Berechnung der Jacobi-Matrix einer Funktion  $f$  am Punkt  $\Gamma = (x_1, x_2, \dots, x_m)^\top$  wurde der Funktionswert am Punkt  $\Gamma$  berechnet sowie je ein Funktionswert bei einer Variation um  $dx$  in der  $i$ -ten Variable  $f(x_1, \dots, x_i + dx, \dots, x_m)$ . Dabei zeigte sich, dass diese Werte für kleine  $dx$  unabhängig von  $dx$  wurden (Abbildung 2.4). Im Weiteren wurde mit  $10^{-7} \leq dx \leq 10^{-5}$  gerechnet.

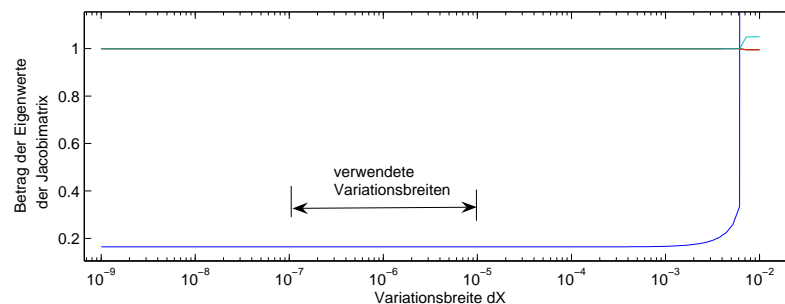


Abbildung 2.4: Floquet-Faktoren an einem Fixpunkt.

Für kleine  $dX$  sind die Floquet-Faktoren unabhängig von der Variationsbreite  $dX$ . Dies bestätigt auch die Gültigkeit der linearen Approximation der Funktion und steht im Einklang mit der intuitiven Erwartung, dass das Vektorfeld der Lösungen "hinreichend glatt" ist. Der "Ausbruch" eines Eigenwerts ab  $dx \approx 0.005$  liegt daran, dass eine Variation der Apexhöhe um 0.5 cm bereits eine nicht mehr zu vernachlässigende Änderung des Modells darstellt.

## 2.5.2 Ersatz-Inversion der Jacobi-Matrix

Da die Inversion der Jacobi-Matrix bei kleiner Determinante zu sehr großen Schrittweiten beim Newton-Verfahren führt, wurde folgendes Verfahren angewendet: Ist die Determinante der Jacobi-Matrix  $\hat{J}$  kleiner als ein festgelegter Wert  $D_{\min}$ , so wird die Jacobi-Matrix in eine Eigenvektormatrix  $\hat{V}$  und eine Eigenwertmatrix  $\hat{W}$  zerlegt, welche nur die Eigenwerte von  $\hat{J}$  als Diagonalelemente



enthält:

$$\hat{J} = \hat{V}\hat{W}\hat{V}^{-1} \quad (2.15)$$

Die Inversion von  $\hat{V}$  ist dabei auch für kleine Werte der Determinante von  $\hat{J}$  möglich. Nun werden alle Diagonalelemente von  $\hat{W}$  durch ihr reziprokes ersetzt. Ist der Betrag eines dieser Elemente größer als ein festgelegter Grenzwert  $w_{\max}$ , so wird das Element durch die komplexe Zahl mit dem gleichen Winkel und dem Betrag  $w_{\max}$  ersetzt. Aus der resultierende Matrix  $\hat{W}_{\max}^{-1}$  kann die Ersatz-Inverse der Jacobi-Matrix  $\hat{J}_{\max}^{-1}$  berechnet werden:

$$\hat{J}_{\max}^{-1} = \hat{V}\hat{W}_{\max}^{-1}\hat{V}^{-1} \quad (2.16)$$

Wenn keine Ersetzung in  $\hat{W}_{\max}^{-1}$  vorgenommen wurde, erhält man genau die Inverse von  $\hat{J}$ . Mit der Matrix  $\hat{J}_{\max}^{-1}$  konnte das Newton-Verfahren auch bei verschwindender Determinante von  $\hat{J}$  erfolgreich angewendet werden.

Aufgrund von Rechenungenauigkeiten können bei diesem Verfahren komplexe Matrixelemente auftreten; es empfiehlt sich daher in der Praxis nur den Realteil dieser Matrix zu verwenden.

## 2.6 Schritte-Zähler-Methode

Die Schritte-Zähler-Methode ist keine Methode um Stabilität nachzuweisen, sie ist jedoch eine gute Methode um zu überprüfen ob in einem bestimmten Parameterbereich mit stabilen Lösungen zu rechnen ist. Bei der Schritte-Zähler-Methode wird das Modell mit einer bestimmten Konfiguration gestartet. Man prüft, wie viele Schritte das Modell bei dieser bestimmten Konfiguration gehen oder rennen kann ohne umzufallen. Ein typisches Ergebnis ist in Abbildung 2.5 dargestellt. Es lässt sich vermuten, dass der Parameterbereich, in dem das Mo-

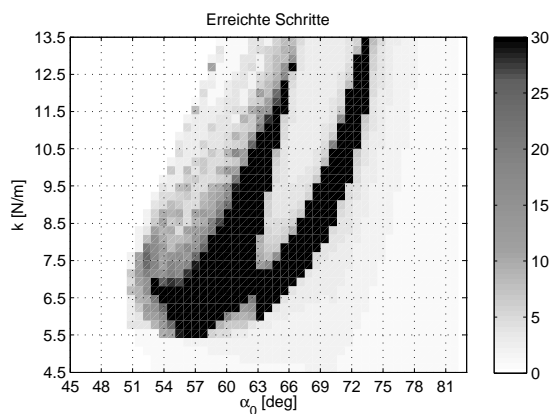


Abbildung 2.5: Beispiel der Schritte-Zähler-Methode. Dargestellt sind die erreichten Schritte eines bestimmten Modells in Abhängigkeit von der Federhärte  $k$  und dem Anstellwinkel  $\alpha_0$  bei ansonsten konstanten Parametern. Je dunkler ein Punkt ist, umso mehr Schritte wurden mit der Parameterkonfiguration erreicht. Nach maximal 30 Schritten wurde die Simulation angehalten.

dell die maximal mögliche Anzahl Schritte erreicht, stabil ist, jedoch kann diese Methode keinen Beweis dafür liefern.

Wenn es in ausreichender Nähe der Anfangsbedingungen einen stabilen Fixpunkt gibt, so wird sich das Modell diesem nähern. Dabei nähern sich im Regelfall verschiedene Startbedingungen verschiedenen Fixpunkten. Das Gebiet der (scheinbar) attraktiven Anfangsbedingungen<sup>6</sup> in Abbildung 2.5 darf nicht mit dem Gebiet der Fixpunkte verwechselt werden: jeder Punkt aus dem (scheinbar) stabilen Parameterbereich nähert sich einem Fixpunkt, stellt aber im Regelfall selbst keinen Fixpunkt dar.

---

<sup>6</sup>Attraktive Anfangsbedingungen sind Anfangsbedingungen, welche zu einem Fixpunkt konvergieren

## Kapitel 3

# Rennen mit ausgedehntem Oberkörper

In diesem Kapitel wird ein Modell mit ausgedehntem Oberkörper untersucht. Der Schwerpunkt liegt nicht mehr auf der Beinachse, sondern darüber. Es soll untersucht werden, ob dieses Modell stabile Lösungen der Bewegungsgleichungen für das Rennen besitzt.

### 3.1 Modellbeschreibung

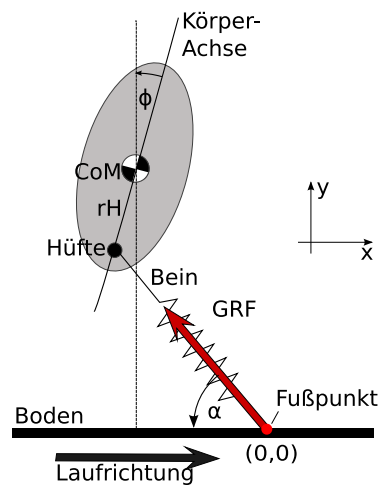


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung des erweiterten Feder-Masse-Modells. Hinzugekommen ist nun ein starres Oberkörpersegment mit einem Rotationsfreiheitsgrad.  $r_H$  bezeichnet den Abstand des Körperschwerpunkts von der Hüfte,  $\phi$  den Winkel des Oberkörpers zur Senkrechten,  $\alpha$  den Anstellwinkel des Beines, CoM den Körperschwerpunkt und GRF die Bodenreaktionskraft.

Das Feder-Masse-Modell wird nun um einen ausgedehnten starren Oberkörper erweitert (Abbildung 3.1). Da die Bodenreaktionskraft nicht mehr am

Schwerpunkt angreift, entsteht ein Drehmoment, welches den Oberkörper in Rotation um die senkrecht zur Zeichenebene liegende Achse versetzt.

Der Winkel  $\phi$  wird als negativ gezählt, wenn der Oberkörper sich in Laufrichtung neigt (wie in Abbildung 3.1), und positiv bei entgegengesetzter Neigung.

Das Modell gilt per Definition als umgekippt, wenn entweder der Schwerpunkt den Boden berührt ( $y_{\text{CoM}} \leq 0$ ) oder der Oberkörper zu stark geneigt ist ( $|\phi| > 1,571$  ( $\cong 90^\circ$ )).

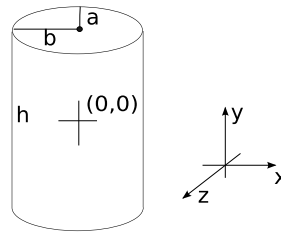


Abbildung 3.2: Körpermodell zur Berechnung des Massenträgheitsmoments  $\Theta$ .  $h=0,8\text{m}$ ,  $a=0,125\text{m}$ ,  $b=0,25\text{m}$  Dichte  $\rho=1,02\text{ g cm}^{-3}$ . Aus Symmetriegründen liegt der Schwerpunkt in der Mitte des Körpers.

Die Masse  $m = \int_V \rho dV$  sowie die Massenträgheitsmomente um den Schwerpunkt  $\Theta = \int_V \rho r_{\perp}^2 dV$  wurden nach dem in Abbildung 3.2 angegebenen Modell berechnet. Man erhält:

*feste Modellparameter*

$m$	80 kg
$\Theta_x$	5,513 kg m <sup>2</sup>
$\Theta_y$	1,562 kg m <sup>2</sup>
$\Theta_z = \Theta$	4,577 kg m <sup>2</sup>

Hierbei steht beispielsweise  $\Theta_x$  für das Massenträgheitsmoment des Körpers bei Rotation um eine durch den Schwerpunkt verlaufende  $x$ -Achse. Im Weiteren wird nur noch die Rotation um die  $z$ -Achse betrachtet, deshalb wird  $\Theta = \Theta_z$  definiert. Weitere Modellparameter sind (Abbildung 3.1):

*variable Modellparameter*

$l_0$	Ruhelänge des Beines
$k$	Federhärte der Beinfeder
$\alpha_0$	Anstellwinkel des Beines während der Flugphase, bezogen auf den Boden
$r_H$	Abstand der Hüfte vom Schwerpunkt

Die Bezeichnung "fest" und "variabel" soll darauf hindeuten, dass die "festen" Parameter nicht mehr verändert werden, die "variablen" hingegen bei weiteren Untersuchungen variiert wurden.

## 3.2 Bewegungsgleichungen

Die Lande- und Abhebbedingungen sind analog zu Abschnitt 1.4. Die Bezeichnungen der Variablen sind:

### unabhängige Variablen

- $x$  x-Koordinate des Schwerpunkts, bezogen auf den Fußpunkt (Abbildung 3.1)
- $y$  y-Koordinate des Schwerpunkts, bezogen auf den Fußpunkt (Abbildung 3.1)
- $\phi$  Neigung des Oberkörpers gegen die Vertikale (Abbildung 3.1)

### daraus abgeleitete Variablen

- $x_H$  x-Koordinate der Hüfte;  $x_H = x + r_H \cdot \sin \phi$
- $y_H$  y-Koordinate der Hüfte;  $y_H = y - r_H \cdot \cos \phi$
- $l$  Länge des Beines;  $l = \sqrt{x_H^2 + y_H^2} = \left| \begin{pmatrix} x_h \\ y_h \\ 0 \end{pmatrix} \right|$
- $\Delta l$  Längenänderung des Beines;  $\Delta l = l_0 - l$

Die Bewegung wird in eine Schwerpunkttranslation und eine Rotation um den Schwerpunkt zerlegt. Während der Flugphase sind die Bewegungsgleichungen

$$\ddot{\phi} = 0 \quad \Rightarrow \quad \dot{\phi} = \text{const} \quad (3.1)$$

$$\ddot{x} = 0 \quad \Rightarrow \quad \dot{x} = \text{const} \quad (3.2)$$

$$\ddot{y} = +g \quad (3.3)$$

Sobald das Bein Bodenkontakt hat, wirkt die Kraft der linearen Beinfeder

$$\vec{F} = k\Delta l \cdot \frac{1}{l} \begin{pmatrix} x_h \\ y_h \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

entlang der Beinachse. Mit  $F = |\vec{F}|$  ergibt sich für das Drehmoment  $\vec{M}$

$$\vec{M} = \begin{pmatrix} x_H - x \\ y_H - y \\ 0 \end{pmatrix} \times F \frac{1}{l} \begin{pmatrix} x_H \\ y_H \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

welches in Richtung der z-Achse zeigt. Somit ist der Betrag des Drehmomentes  $|\vec{M}| = M = M_z$

$$M = \frac{F}{l} ((x_H - x) y_H - (y_H - y) x_H) \quad (3.6)$$

Mit  $\cos \alpha = -x_H l^{-1}$  und  $\sin \alpha = y_H l^{-1}$  sowie aus (3.4) und (3.6) ergeben sich die Bewegungsgleichungen in der Standphase:

$$\ddot{x} = F \frac{x_H}{m \cdot l} \quad (3.7)$$

$$\ddot{y} = F \frac{y_H}{m \cdot l} + g \quad (3.8)$$

$$\ddot{\phi} = \frac{M}{\Theta} \quad (3.9)$$

### 3.3 Analyse

Die Bewegungsgleichungen werden nun numerisch gelöst. Mit den in den Abschnitten 2.2.3 und 2.3 angegebenen Methoden wird nun nach Anfangsbedingungen gesucht, welche zu periodischen Lösungen führen. Diese periodischen Lösungen werden auf Stabilität untersucht.

Für dieses Modell lassen sich mehrere Fixpunkte finden. Ein Fixpunkt mit einem Abstand<sup>1</sup>  $< 10^{-9}$  liegt beispielsweise bei:

*Apexkoordinaten des Fixpunkts*

$$\begin{array}{ll} y_0 & 1,19654955 \text{ [m]} \\ v_x & 3,92665054 \text{ [m/s]} \\ \phi & 0 \text{ [rad]} \\ \dot{\phi} & 0,10231379 \text{ [rad s}^{-1}\text{]} = 5,8621483 \text{ [grad s}^{-1}\text{]} \end{array}$$

Die Floquet-Faktoren an diesem Fixpunkt sind 8,077, 1,356, 1,000 und 0,132. Betrachtet man nun nicht einen Schritt, sondern zwei aufeinander folgende Schritte, so ist zu erwarten, dass sich die Floquet-Faktoren quadrieren. In der Tat erhält man dann die Floquet-Faktoren 65,24, 1,838, 1,000 und 0,017. Dies belegt die Gültigkeit der linearen Approximation der Funktion im gewählten Variationsbereich ( $10^{-6}$  in jeder Dimension). Einer der Floquetfaktoren ist 1 im Rahmen der Rechengenauigkeit. Dies liegt daran, dass hier ein eindimensionales Gebiet an Fixpunkten vorliegt. Für verschiedene Parameter in der Umgebung lassen sich demzufolge auch weitere Fixpunkte finden (Abbildung 3.3). Da der Stabilitätskoeffizient (definiert als der Betrag des betragsmäßig größten Floquet-Faktor) jeweils größer als 1 ist, ist keine dieser Lösungen stabil.

---

<sup>1</sup>siehe Abschnitt 2.3

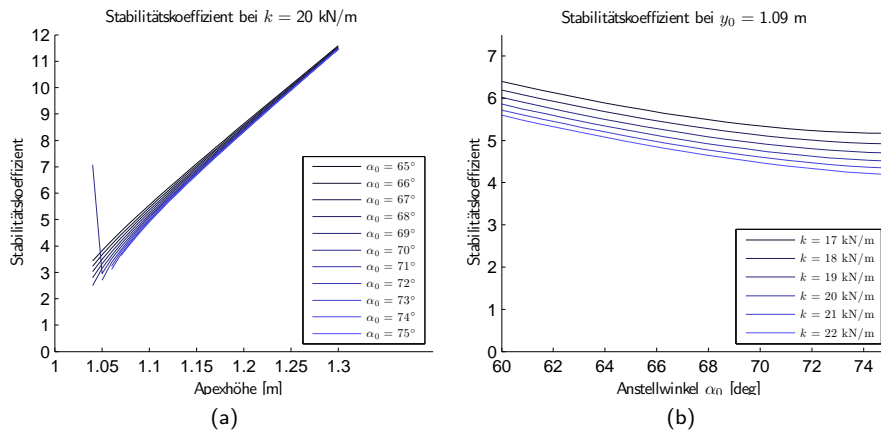


Abbildung 3.3: Stabilitätskoeffizienten bei konstanter Federsteifigkeit (a) und konstanter Apexhöhe (b). In dem gewählten Parameterbereich gibt es für das Masse-Feder-Modell stabile periodische Lösungen. Die auffällige Spitze in (a) kommt dadurch zustande, daß dieser Fixpunkt sehr nahe an der Fallgrenze liegt. Für kleinere Anstellwinkel als diesen ist der Abstand zur Fallgrenze größer. Für größere Anstellwinkel existiert für diese Apexhöhe keine periodische Lösung mehr, da es keine Flugphase mehr gibt. Daher beginnen die Kurven der Stabilitätskoeffizienten für größere Anstellwinkel erst bei größeren Apexhöhen.





## Kapitel 4

# Oberkörperstabilisierung mit dem VPP

### 4.1 Modellbeschreibung

Bei den Untersuchungen in Kapitel 3 an einem Modell mit ausgedehntem Oberkörper wurde ein Gebiet von periodischen Lösungen gefunden. Jedoch war keine dieser Lösungen stabil. Daher soll nun eine Erweiterung dieses Modells vorgeschlagen werden, um stabiles Gehen und Rennen zu ermöglichen. Der Mensch besitzt Hüftmuskeln, welche das Bein nach hinten (zu Beginn der Standphase) beziehungsweise nach vorne (zum Ende der Standphase und in der Flugphase) ziehen können. Durch den Einsatz dieser Muskeln kann die Richtung der Bodenreaktionskraft von der durch Hüfte und Fußpunkt definierten Beinachse abweichen. Die Idee zur Stabilisierung des Modells ist nun, die Bodenreaktions-

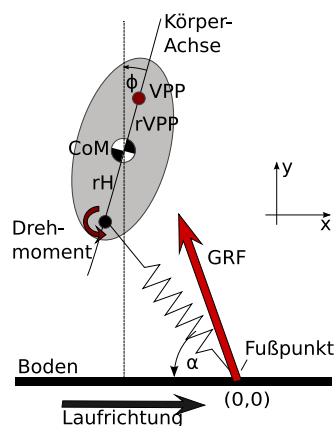


Abbildung 4.1: Schematische Darstellung der Oberkörperstabilisierung mittels eines VPPs.  $r_{VPP}$ : Abstand VPP-Körperschwerpunkt,  $r_H$ : Abstand Hüfte-Körperschwerpunkt, CoM: Körperschwerpunkt, GRF: Bodenreaktionskraft,  $\alpha$ : Anstellwinkel des Beines,  $\phi$ : Neigung des Oberkörpers gegen die Vertikale

kraft durch Einbringen eines Drehmoments in der Hüfte so zu verändern, dass

sie stets auf einen bestimmten Punkt auf der Körperachse über dem Schwerpunkt zeigt. Dieser Punkt wird hier Virtual Pivot Point *VPP* genannt. Die Bezeichnung soll darauf hindeuten, dass dieser Punkt während der Standphase der Drehpunkt eines gedachten Pendels ist<sup>1</sup>. Es wird vermutet, dass ein Pendel mit Schwerpunkt unterhalb des Drehpunktes eine Stabilisierung des Oberkörpers ermöglichen könnte.

Soweit nicht anders angegeben, wurde mit  $r_H = 10$  cm und  $r_{VPP} = 5$  cm gerechnet.

Für den Sonderfall, dass Schwerpunkt, Hüfte und VPP zusammenliegen und die Oberkörperrotation  $\dot{\phi}$  anfangs 0 ist, geht das Modell exakt in das Feder-Masse-Modell über. Somit ist sichergestellt, dass die periodischen stabilen Lösungen des Masse-Feder-Modells auch in diesem Modell als Grundlage genutzt werden können.

Im Folgenden sollen die Eigenschaften des Modells mit VPP-Kontrolle durch eingebrachte Hüftmomente beim Rennen (mit einer Beinfeder) und Gehen (mit zwei Beinfedern) eingehend untersucht werden.

## 4.2 Pendelfrequenz um den VPP

Wenn die Kraft stets auf einen körperfesten Punkt zeigt, so wird damit ein spezielles Pendel realisiert. Es gibt vier wesentliche Unterschiede zu einem physikalischen Pendel:

- Die Kraft wirkt nicht kontinuierlich; in den Flugphasen wirkt keine Kraft. Hier kann sich das Pendel frei und nicht beschleunigt drehen.
- Der Betrag der Kraft ist nicht nur eine Funktion des Winkels, sondern auch der momentanen Beinlänge und der Federcharakteristik.
- Da prinzipiell ein Energieübertrag zwischen der Pendelschwingung und der Laufbewegung stattfinden kann, bleibt die Amplitude im Allgemeinen zeitlich nicht konstant.
- Bei einem physikalischen Pendel wirkt die Kraft am Aufhängepunkt stets in Richtung des Körperschwerpunkts<sup>2</sup>; beim virtuellen Pendel wirkt die Kraft entlang der Achse VPP-Aufsatzpunkt.

Man stellt jedoch fest, dass die Pendelfrequenzen des Oberkörpers trotz dieser Unterschiede denen eines entsprechenden physikalischen Pendels recht ähnlich sind (Abbildungen 4.2, 4.3).

## 4.3 Das Drehmoment in der Hüfte

Obwohl sich die Untersuchungen hier lediglich auf zweidimensionale Modelle beziehen, gelten die folgenden Überlegungen auch für drei Dimensionen.

<sup>1</sup>Bei einem Fadenpendel zeigt die Zwangskraft = "Fadenkraft" stets zum Aufhängepunkt. Der "Fadenkraft" entspricht beim Rennen die Bodenreaktionskraft.

<sup>2</sup>beziehungsweise von diesem weg

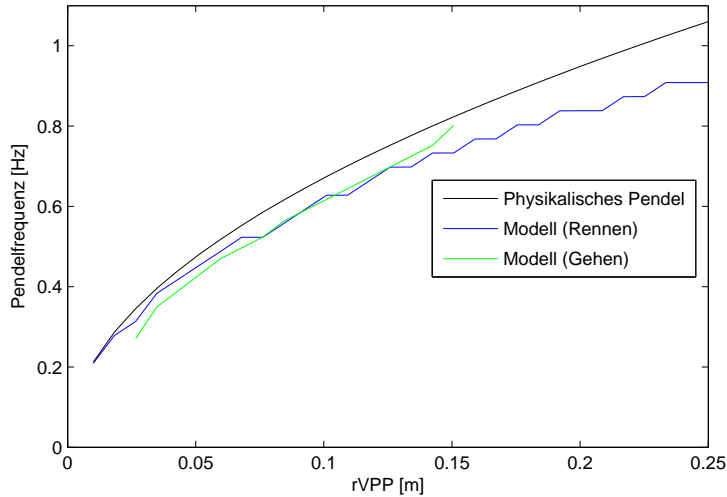


Abbildung 4.2: Pendelfrequenzen des Oberkörpers. Dargestellt ist die Hauptkomponente der Pendelfrequenz des Oberkörpers bei einer Störung, errechnet aus einer diskreten Fouriertransformation bei 125 Schritten und einer Sampelfrequenz von 100Hz. Die Stufen resultieren aus den diskreten Frequenzen des FFT-Verfahrens. Das Gehen war nicht für alle Lagen des VPPs ausreichend stabil.

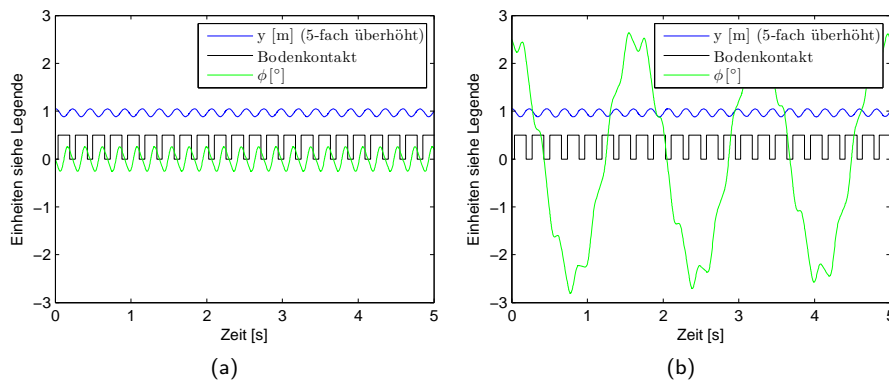


Abbildung 4.3: Ausschnitt aus einer ungestörten Bewegung (a) und einer gestörten Bewegung (b) beim Rennen des Modells bei  $r_{VPP} = 10\text{cm}$ . Die Störung wurde durch eine Änderung des Oberkörperwinkels um  $2,5^\circ$  erreicht. Die Pendelbewegung des Oberkörpers ist gut zu erkennen. Zur besseren Darstellung wurde die Amplitude der vertikalen Schwerpunktsbewegung  $y$  fünfmal überhöht dargestellt.

Die Zeichenebene (bisher XY-Ebene) ist dann die durch die drei Punkte Aufsatzzpunkt, Hüfte, VPP festgelegte Ebene. Die Bodenreaktionskraft  $\overrightarrow{GRF}$  wird in eine Komponente, welche durch die Beinfeder erzeugt wird ( $\vec{F}_B$ ), und eine Komponente, welche durch das Hüftdrehmoment erzeugt wird ( $\vec{F}_M$ ), zerlegt:

$$\overrightarrow{GRF} = \vec{F}_B + \vec{F}_M \quad (4.1)$$

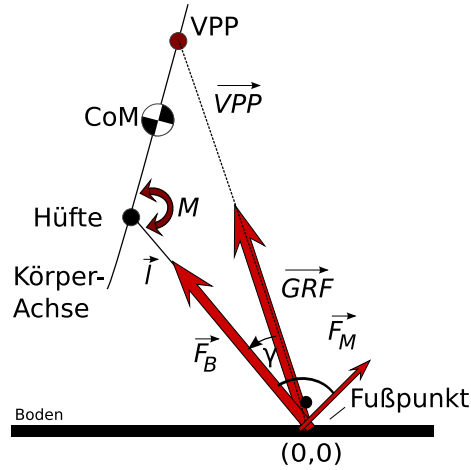


Abbildung 4.4: Skizze zur Berechnung des erforderlichen Drehmoments in der Hüfte. Der Koordinatenursprung ist beim Aufsetzpunkt.  $\vec{VPP}$  steht für den Ortsvektor vom Ursprung zum VPP,  $\vec{l}$  steht für den Ortsvektor vom Ursprung zur Hüfte.  $\vec{F}_B$  steht für die Federkraft des Beines,  $\vec{F}_M$  für die durch das Hüftdrehmoment  $M$  erzeugte Kraft. Dargestellt sind die Bodenreaktionskräfte; das Hüftdrehmoment ist hier so gerichtet, dass es das Bein entgegen der Laufrichtung ("nach hinten") zieht.

Die Projektion der Bodenreaktionskraft auf die Beinachse entspricht der Kraft entlang dieser Achse; diese ist aber durch die Federfunktion und die Beinlänge festgelegt. Somit muss in diesem Fall die durch das Hüftdrehmoment erzeugte zusätzliche Kraft  $\vec{F}_M$  senkrecht zur Beinachse zeigen:

$$\vec{F}_M \circ \vec{l} = 0 \quad (4.2)$$

Durch Aktuatoren in der Hüfte entsteht ein Drehmoment, welches auf den Körper wirkt, und ein entgegengesetztes Drehmoment, welches auf das Bein wirkt. Die Summe beider Drehmomente ergibt 0. Als Hüftdrehmoment  $\vec{M}$  wird nun dasjenige Drehmoment bezeichnet, welches auf den Körper wirkt. Für dieses Drehmoment  $\vec{M}$  gilt nun:

$$\vec{M} = (-\vec{l}) \times \vec{F}_M \quad (4.3)$$

Das Drehmoment zeigt senkrecht zur Ebene. Der Einheitsvektor des Drehmoments sei  $\vec{e}_M$ . Da das Drehmoment offenbar 0 ist, wenn die Beinachse parallel zur Körperachse steht (dann zeigt die Beinkraft bereits zum VPP), wird dieser Vektor in diesem Fall für die weiteren Berechnungen nicht benötigt und somit ist folgende formale Definition sinnvoll:

$$\vec{e}_M = \begin{cases} \frac{\vec{VPP} \times \vec{l}}{|\vec{VPP} \times \vec{l}|} = \frac{\vec{VPP} \times \vec{l}}{|\vec{VPP}| |\vec{l}| \sin \gamma} & \text{für } \vec{VPP} \not\parallel \vec{l} \\ \vec{0} & \text{für } \vec{VPP} \parallel \vec{l} \end{cases} \quad (4.4)$$

Sei  $\vec{e}_F$  der Einheitsvektor in Richtung der Kraft  $\vec{F}_M$  und  $\vec{e}_l \equiv \vec{l}/|l|$ . Dann lässt sich  $\vec{F}_M$  schreiben als:

$$\vec{F}_M = \vec{e}_F F_{GRF} \sin \gamma = \vec{e}_F \frac{F_B}{\cos \gamma} \sin \gamma$$

$$= \vec{e}_l \times \vec{e}_M F_B \frac{|\overrightarrow{VPP}| |\vec{l}|}{\overrightarrow{VPP} \circ \vec{l}} \sin \gamma \quad (4.5)$$

Unter Berücksichtigung dass die Beinkraft  $\vec{F}_B$  stets parallel zur Beinachse steht, lässt sich dies umformen zu

$$\vec{F}_M = \vec{F}_B \times \frac{\overrightarrow{VPP} \times \vec{l}}{\overrightarrow{VPP} \circ \vec{l}} \quad (4.6)$$

Für den Betrag gilt

$$F_M = F_B \tan \gamma \quad (4.7)$$

Unter Berücksichtigung der Orthogonalität der Vektoren ergibt sich für das Drehmoment in der Hüfte:

$$\begin{aligned} \vec{M} &= -\vec{l} \times \vec{F}_{\text{GRF}} \\ &= \frac{\overbrace{\vec{F}_B \circ (\vec{l} \circ (\overrightarrow{VPP} \times \vec{l}))}^{\equiv 0, \perp} - (\overrightarrow{VPP} \times \vec{l}) \circ \overbrace{(\vec{F}_B \circ \vec{l})}^{=F_B \cdot l}}{\overrightarrow{VPP} \circ \vec{l}} \\ &= F_B l \frac{\overrightarrow{VPP} \times \vec{l}}{\overrightarrow{VPP} \circ \vec{l}} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Hierbei stehen  $F_B$  und  $l$  für  $|\vec{F}_B|$  beziehungsweise  $|\vec{l}|$ .

Für stabiles Gehen mit konstanter Geschwindigkeit ist es erforderlich, dass der VPP auf der Körperachse und über dem Schwerpunkt liegt. Liegt er weiter vorne, so bremst das System, liegt er weiter hinten, so beschleunigt es. Auf diese Weise kann das Modell auch bergauf- oder bergabgehen (Abschnitt 4.10).

## 4.4 Bewegungsgleichungen für ein zweibeiniges System

In diesem Abschnitt werden die Bewegungsgleichungen aufgestellt. Dabei wird das Modell auf zwei Beine erweitert. Somit kann nicht nur das Rennen, sondern auch das Gehen mit Doppelstützphase beschrieben werden. Die beiden Beine seien dabei unabhängig voneinander.

Die Kräfte der beiden Beine und die entsprechenden Drehmomente werden vektoriell addiert. Variablen mit oberem Index  $a$  bezeichnen das rechte Bein, Variablen mit oberem Index  $b$  das linke Bein. Beim Rennen ist während des Bodenkontakts nur ein Bein aktiv. Der Nullpunkt sei nun willkürlich<sup>3</sup> die jeweils letzte Landeposition des rechten Beines. Während der Schwungphase eines Beines sei die Kraft entlang dieses Beines sowie das dazugehörige Drehmoment per Definition 0. Mit der Kraft der Beinfeder  $\vec{F}_B$  gemäß Gleichung 3.4, der durch das Hüftdrehmoment erzeugten Kraft  $\vec{F}_M$  gemäß Gleichung 4.6 sowie dem Drehmoment  $\vec{M}^4$  aus Gleichung 4.8 lassen sich die Bewegungsgleichungen formulieren:

$$\ddot{x} = \frac{1}{m} \left( \vec{F}_B^a + \vec{F}_M^a + \vec{F}_B^b + \vec{F}_M^b \right)_x \quad (4.9)$$

<sup>3</sup>Da nur Differenzen auftreten ist die Bezugsposition der Koordinaten nicht relevant.

<sup>4</sup>wird ebenfalls für jedes Bein separat berechnet

$$\ddot{y} = \frac{1}{m} \left( \vec{F}_B^a + \vec{F}_M^a + \vec{F}_B^b + \vec{F}_M^b \right)_y + g \quad (4.10)$$

$$\ddot{\phi} = \frac{1}{\theta} \left[ \begin{pmatrix} x_H - x \\ y_H - y \\ 0 \end{pmatrix} \times \left( \vec{F}_B^a + \vec{F}_M^a + \vec{F}_B^b + \vec{F}_M^b \right) + \vec{M}^a + \vec{M}^b \right]_z \quad (4.11)$$

Eine äquivalente Formulierung für die Winkelbeschleunigung ergibt sich, wenn man die Kraft am VPP angreifen lässt und dafür das Hüftdrehmoment nicht berücksichtigt:

$$\ddot{\phi} = \frac{1}{\theta} \left[ \begin{pmatrix} x_{VPP} - x \\ y_{VPP} - y \\ 0 \end{pmatrix} \times \left( \vec{F}_B^a + \vec{F}_M^a + \vec{F}_B^b + \vec{F}_M^b \right) \right]_z \quad (4.12)$$

Hierbei stehen  $x_{VPP}$ ,  $y_{VPP}$  für die Koordinaten des VPPs bezogen auf die Landeposition. Die Äquivalenz lässt sich durch einfaches Einsetzen nachweisen.

## 4.5 Ergebnisse beim Rennen und Gehen

Das Feder-Masse-Modell besitzt selbststabile Lösungen, sowohl für das Gehen als auch für das Rennen (Geyer *et al.*, 2002). Für das Gehen existieren selbststabile Lösungen bei 1 m/s, für das Rennen bei 4 m/s. Dies sind nicht die einzigen Lösungen, jedoch sind das Geschwindigkeiten bei denen auch der Mensch geht (1 m/s) beziehungsweise rennt (4 m/s). Es wurde untersucht, ob sich auf Basis dieser Lösungen bei diesem Modell mit einer einheitlichen Oberkörperkontrolle ebenfalls selbststabile Lösungen finden lassen. Diese wurden sowohl beim Rennen als auch beim Gehen gefunden (Abbildung 4.5).

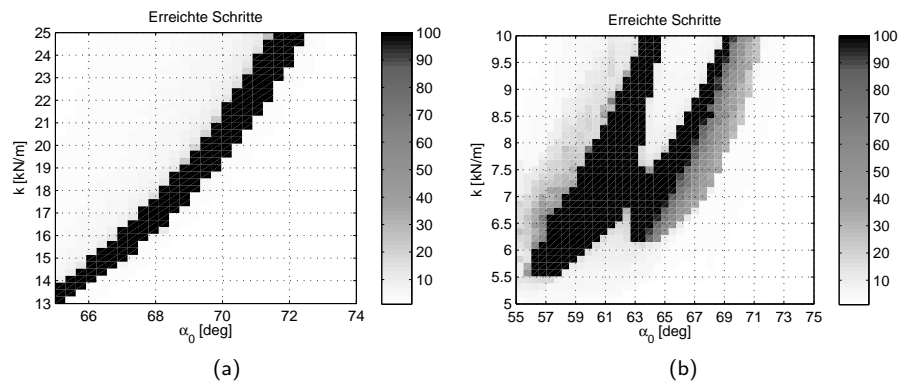


Abbildung 4.5: Erreichte Schritte mit dem VPP-Modell. Abbruch nach 100 Schritten. Beim Gehen wurde am Apex bereits eine Oberkörperrotation vorgegeben, um den Abstand von einer periodischen Lösung klein zu halten. Beim Rennen ist die Rotation am Apex weniger kritisch und kann daher beim Start auf 0 gesetzt werden.

a: Rennen  $r_{VPP} = 5\text{cm}$ ,  $v_x = 4\text{ m/s}$ ,  $y_0 = 1,15\text{ m}$ ,  $\dot{\phi}_0 = 0$ .

b: Gehen,  $r_{VPP} = 10\text{cm}$ ,  $v_x = 1,07\text{ m/s}$ ,  $y_0 = 1,08\text{ m}$ ,  $\dot{\phi}_0 = 8,9\text{ [grad/s]}$ .

Während sich beim Rennen die gefundenen Lösungen als stabil erwiesen, gab es beim Gehen sowohl stabile Lösungen als auch "minimal instabile" Lösungen, also solche, die bei den gegebenen Startbedingungen erst nach sehr vielen

Auswahl von drei Fixpunkten (Apexwerte)

Wert	Gehen (stabil)	Gehen (instabil)	Rennen (stabil)
$\alpha_0$ [grad]	61	64	70
$k$ [N/m]	7000	7000	21000
$v_x$ [m/s]	1,065	1,003	4,461
$y_0$ [m]	1,082	1,082	1,046
$\phi_0$ [grad]	0	0	0
$\dot{\phi}_0$ [grad/s]	+7,62	+4,52	-2,40

Floquet-Faktoren (1 Schritt)

1,000	1,000	1,000
0,7944	1,099	-0,164
-0,728 + 0,679i	-0,635 + 0,743i	0,804 + 0,594i
-0,728 - 0,679i	-0,635 - 0,743i	0,804 - 0,594i

Tabelle 4.2: Lage und Stabilität von drei Fixpunkten. Interessant ist das unterschiedliche Vorzeichen der Körperrotation beim Rennen und Gehen. Die Beträge der komplexen Floquet-Faktoren sind von links nach rechts: 0,9955, 0,9774, 0,9996.

Schritten umfielen (Abbildung 4.5). Im rechten Gebiet nehmen die erreichten Schritte von rechts nach links zu; ab einer bestimmten Grenze werden mehr als 100 Schritte erreicht, und somit scheint dieses Gebiet stabil. Es zeigt sich aber, dass die Floquet-Faktoren in diesem Gebiet größer als eins sind.

Beim Rennen ist die Rotation am Apex weniger kritisch als beim Gehen. Dies liegt daran, dass eine Auslenkung des Oberkörpers zu einer Beschleunigung beziehungsweise zu einer Verlangsamung führt (vgl. Abschnitte 4.10 und 7.5). Ein pendelnder Oberkörper führt somit zu einer schwankenden Systemenergie. Wenn die Systemenergie jedoch den Bereich, in dem stabiles Gehen möglich ist, verlässt, so fällt das Modell um. Dieser Bereich ist beim Gehen wesentlich schmaler als beim Rennen (Geyer *et al.*, 2006). Somit führt die gleiche Oberkörperschwankung (und die damit verbundene Energieschwankung) beim Gehen eher zur Instabilität als beim Rennen.

Drei ausgewählte Fixpunkte sind in Tabelle 4.2 angegeben.

Die Beträge der komplexen Floquet-Faktoren sind jeweils geringfügig kleiner als eins. Das bedeutet, dass eine Störung in den entsprechenden Variablen sehr langsam abgebaut wird. In der Tat zeigt es sich, dass der Oberkörper gerade beim Rennen nur schwach gedämpft pendelt. Abschnitt 4.6 beschreibt ein Modell, in dem die Dämpfung verstärkt wurde.

Man findet bei allen Fixpunkten einen Floquet-Faktor mit dem Wert 1; die Abweichung von 1 war kleiner als  $10^{-7}$  und somit durch Rechenungenauigkeit zu erklären. Dies deutet auf die Existenz eines Gebiets aus stabilen Fixpunkten hin. Man erwartet auch anschaulich, dass es innerhalb bestimmter Grenzen für

jede Apexhöhe einen Fixpunkt gibt. Die angegebenen Fixpunkte wurden auch so gefunden, indem die Apexhöhe vorgegeben und nicht im Rahmen des Suchverfahrens variiert wurde.

## 4.6 Das gedämpfte Pendel

Die drei in Tabelle 4.2 angegebenen Fixpunkte haben komplexe Floquet-Faktoren, welche betragsmäßig nahe an eins liegen. Die zugehörigen Eigenvektoren enthalten auch der Rotation zugeordnete Komponenten. Dies bedeutet, dass eine allgemeine Störung zu einer Pendelbewegung führt, welche erst nach sehr vielen Schritten abgebaut ist. Beispielsweise gilt für einen Floquet-Faktor mit dem Betrag 0.9955 (aus Tabelle 4.2), dass eine Störung erst nach etwa  $-(\log 0.9955)^{-1} \approx 221$  Schritten auf  $1/e$  abgeklungen ist.

Es ist zu erwarten, dass eine Störung wesentlich schneller abgebaut wird, wenn man eine geeignete Dämpfung einbaut. Als dämpfendes Hüftmoment  $M_R$  diene nun ein linearer "Reibungsterm" bezüglich der Oberkörperrotation:

$$M_R = -d \cdot \dot{\phi}. \quad (4.13)$$

Das Gesamtdrehmoment, welches an der Hüfte wirken soll, setzt sich nun aus dem ursprünglichen Drehmoment  $M_0$  aus Gleichung 4.8 sowie dem Dämpfungsterm  $M_R$  aus Gleichung 4.13 zusammen:

$$M = M_0 + M_R. \quad (4.14)$$

Mit diesem veränderten Drehmoment wurden wiederum die Bewegungsgleichungen numerisch gelöst. Das Ergebnis ist in Abbildung 4.6 (Rennen) und in Abbildung 4.7 (Gehen) dargestellt. Wie zu erwarten zeigt sich eine deutliche Dämpfung der Oberkörperschwingung. Überraschenderweise nimmt die Systemenergie beim Rennen kontinuierlich zu. Dies liegt an einer leichten Vorwärtsbeugung des Oberkörpers, was zu einer Zunahme der Geschwindigkeit führt (vgl. Abschnitt 4.10). Beim Gehen nimmt die Systemenergie kontinuierlich ab. Das ist analog auf eine leichte Rücklage zurückzuführen. Dies hat beim Gehen jedoch erhebliche Auswirkungen: Da stabiles Gehen nur in bestimmten, im Vergleich zum Rennen schmalen Energiebereichen möglich ist (Geyer *et al.*, 2006), führt dieses Verhalten beim Gehen schnell zum Umfallen.

Da die Systemenergie nun nicht mehr konstant ist, lassen sich keine Fixpunkte mehr finden. Aussagen über die Stabilität sind somit hinfällig.

## 4.7 Modell mit Zwei-Segment-Beinen

Das verwendete Modell entspricht dem oben dargestellten Modell, wobei lediglich die Federcharakteristik  $F(l)$  wie in Abschnitt 1.6 beschrieben geändert wurde. Der Ruhewinkel des Knies  $\phi_{k0}$  beträgt  $169^\circ$ .

Abbildung 4.8 zeigt die erreichten Schritte bei gegebenen Anfangsbedingungen und ausgewählten Gelenksteifigkeiten und Anstellwinkeln. In beiden Gebieten mit mehr als 50 Schritten ließen sich stabile Fixpunkte finden, jeweils mit einem Floquet-Faktor 1. Der Vergleich mit dem einfachen Zwei-Segment-Modell ohne Oberkörper (Abbildung 1.8, Seite 11) zeigt, dass sich die Gebiete,



## Rennen

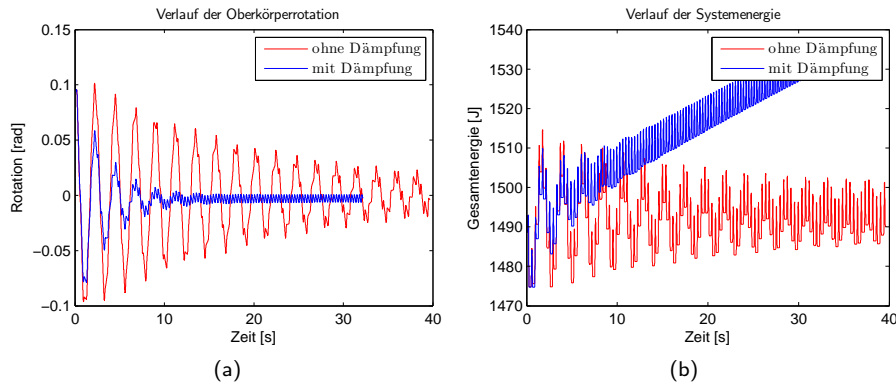


Abbildung 4.6: Ergebnisse bei einem gestörten Renn-Modell mit gedämpftem Hüftdrehmoment:  $v_{x0} = 3.9$  m/s,  $y_0 = 1.09$  m,  $\phi_0 = 0.1$  rad. Es wurde ein Fixpunkt gesucht und anschließend der Oberkörper um 0,1 rad ( $\approx 5,7^\circ$ ) ausgelenkt. Die Dämpfung beträgt 5 Nm\*s/rad. Dargestellt ist jeweils der Verlauf während 100 Schritten. (a) Deutlich schnellere Abnahme des Oberkörperwinkels beim gedämpften Modell (b) Im Gegensatz zum ungedämpften Modell nimmt die Gesamtenergie beim gedämpften Modell kontinuierlich zu.

## Gehen

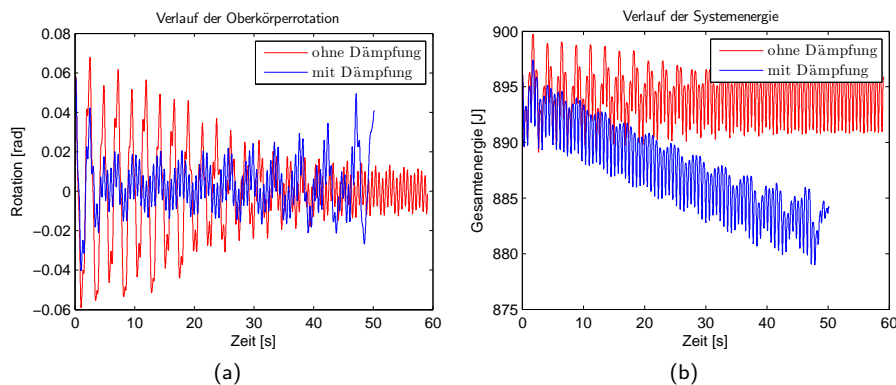


Abbildung 4.7: Ergebnisse bei einem gestörten Geh-Modell mit gedämpftem Hüftdrehmoment:  $v_{x0} = 1.08$  m/s,  $y_0 = 1.09$  m,  $\phi_0 = 0.1$  rad. Es wurde ein Fixpunkt gesucht und anschließend der Oberkörper um 0,05 rad ( $\approx 2.9^\circ$ ) ausgelenkt. Eine stärkere Auslenkung führte dazu, dass das Modell nach einigen Schritten zu rennen begann. Die Dämpfung beträgt 5 Nm\*s/rad. Dargestellt ist jeweils der Verlauf während 100 Schritten (ungedämpft) beziehungsweise 84 Schritten (gedämpft). Da beim gestörten Modell die Gesamtenergie abnimmt (b), unterschreitet sie einen bestimmten Bereich, in welchem stabiles Gehen überhaupt möglich ist. Dies führt im Weiteren zum Umfallen des Modells. (a) Deutliche Dämpfung der Oberkörper-Pendelschwingung (b) Im Gegensatz zum ungedämpften Modell nimmt die Gesamtenergie beim gedämpften Modell kontinuierlich ab.

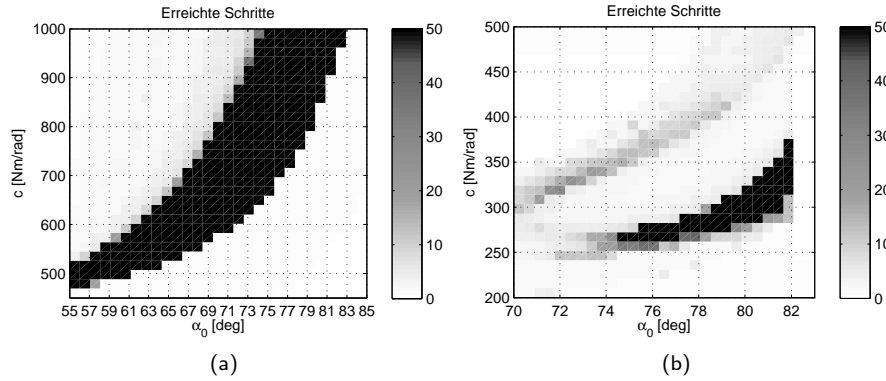


Abbildung 4.8: Erreichte Schritte beim Rennen (a) und Gehen (b) mit nichtlinearer Beinfeder; Abbruch nach 50 Schritten. Beim Gehen wurde am Apex bereits eine Oberkörperrotation vorgegeben, um den Abstand von einer periodischen Lösung klein zu halten. Beim Rennen ist die Rotation am Apex weniger kritisch und kann daher beim Start auf 0 gesetzt werden. Das scheinbare "Loch" im Gebiet stabiler Parameter (zum Beispiel bei  $\alpha_0 = 78^\circ$ ,  $c = 350$  Nm/rad) kommt dadurch zustande, dass das Modell hier beginnt zu Rennen. Dies galt jedoch als Abbruchbedingung.

a: Rennen;  $v_x = 4$  m/s,  $y_0 = 1,15$  m [Hüfte: 1,05m],  $\phi_0 = 0$ ,  $\dot{\phi}_0 = 0$ .

b: Gehen;  $v_x = 1$  m/s,  $y_0 = 1,09$  m [Hüfte: 0,99m],  $\phi_0 = 0$ ,  $\dot{\phi}_0 = +5^\circ/\text{s}$ .

in welchen die Modelle stabiles Laufen vorhersagen, recht ähnlich sind. Für das VPP-Modell wird eine etwas steifere Feder benötigt.

## 4.8 Körperbezogener Anstellwinkel

Bisher wurden die Modelle mit einem zum Boden festen Winkel des Beines untersucht. Es zeigte sich, dass diese mittels Hüftmomenten in der Kontaktphase, basierend auf dem VPP-Ansatz, stabilisiert werden konnten. Gerade aber für die Robotik ist es interessant, ob dies auch mit einem körperbezogenen Anstellwinkel möglich ist, also wenn das Bein mit dem Körper in der Schwungphase mitrotiert. Der Anstellwinkel wird zum besseren Vergleich mit den vorherigen Ergebnissen nun als der Winkel angegeben, der zwischen Boden und Bein bei angenommener senkrechter Stellung des Oberkörpers bestünde.

### 4.8.1 Rennen mit körperbezogenem Anstellwinkel

Man erwartet, dass ein System, welches nur an einem Punkt unter dem Schwerpunkt unterstützt wird, nicht stabil sein kann ohne Informationen über seine Lage zur Umgebung. Die bisherigen Modelle erhalten diese Information durch den relativ zum Boden festen Anstellwinkel. Es ist also zu erwarten, dass das VPP-Modell mit einem körperfesten Anstellwinkel keinen stabilen Fixpunkt beim Rennen aufweist. Die numerischen Simulationen bestätigen das für das Rennen. Die Selbst-Stabilisierung des Masse-Feder-Modells (Seyfarth, 2002) konnte nicht auf dieses Modell übertragen werden. Legt man den VPP und die Hüfte zusammen und in den Schwerpunkt, so verschwindet zu jeder Zeit das Drehmo-

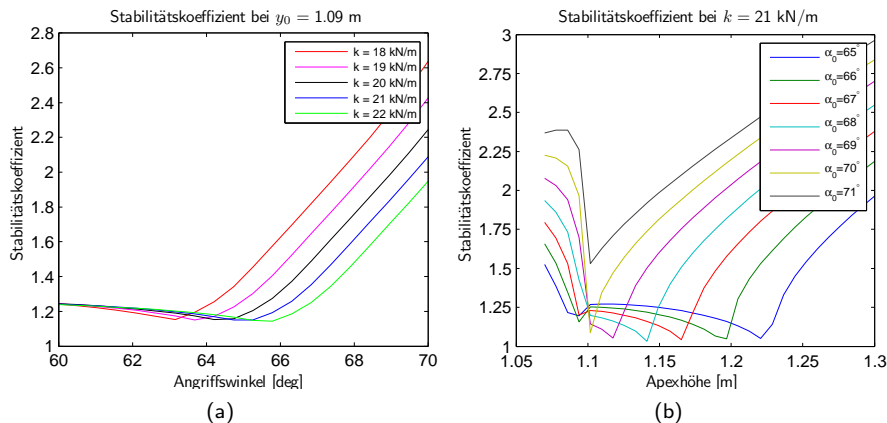


Abbildung 4.9: Stabilitätskoeffizienten bei körperfestem Anstellwinkel beim Rennen, lineare Beinfeder. Die Geschwindigkeit am jeweiligen Fixpunkt ergibt sich aus den übrigen Parametern; sie variiert zwischen ca. 3 ... 8 m/s (a) beziehungsweise 3 ... 6 m/s (b).  
 a: Stabilitätskoeffizienten bei fester Apexhöhe  
 b: Stabilitätskoeffizienten bei fester Beinsteifigkeit

ment. Da sich die Rotationsgeschwindigkeit ohne ein Drehmoment nicht ändern kann, führt diese Rotation zu einer stetig wachsenden Drehung des Oberkörpers und somit zum Hinfallen.

Der Stabilitätskoeffizient sei der Betrag des betragsmäßig größten Floquet-Faktors für eine ausgewählte periodische Lösung (Fixpunkt). Somit kann ein Fixpunkt nur stabil sein, wenn der Stabilitätskoeffizient  $\leq 1$  ist. Es wurde ein Parameterbereich untersucht, in welchem es stabile Fixpunkte für das Rennen mit bodenfesten Anstellwinkel gab. Zu jedem vorgegebenen Parametersatz wurde ein Fixpunkt gesucht und der jeweilige Stabilitätskoeffizient berechnet. Die Ergebnisse sind in Abbildung 4.9 dargestellt. Im untersuchten Bereich konnte kein stabiler Fixpunkt gefunden werden.

Die Kanten, die in den Graphen auftauchen, sind dadurch zu erklären, dass hier jeweils der betragsmäßig größte Floquet-Faktor dargestellt wurde; an einer Kante im Graph wird der bis dahin größte Floquet-Faktor durch einen anderen Eigenwert zu einem anderen Eigenvektor der Jacobi-Matrix abgelöst.

Da der stabile Bereich beim Rennen mit bodenbezogenem Anstellwinkel beim Zwei-Segment-Modell wesentlich größer war, wurde auch dieses Modell untersucht. Es zeigte sich ebenfalls, dass es keine stabilen Fixpunkte gab. Die Ergebnisse sind in Abbildung 4.10 dargestellt.

## 4.8.2 Gehen mit körperbezogenem Anstellwinkel

Beim Gehen liegt jedoch ein anderer Fall vor: *In der Ebene kann ein Körper, der an zwei Punkten unterstützt wird, stabil stehen; insofern sind stabile Fixpunkte beim Gehen mit körperfestem Anstellwinkel denkbar.* Diese wurden auch gefunden; vier sind in Tabelle 4.4 angegeben. Es zeigt sich ähnlich wie beim Feder-Masse-Modell ein stabiler Parameterbereich (Abbildung 4.11). Da beim Gehen die Oberkörperrotation am Apex in anderer Richtung geschieht als beim Ren-

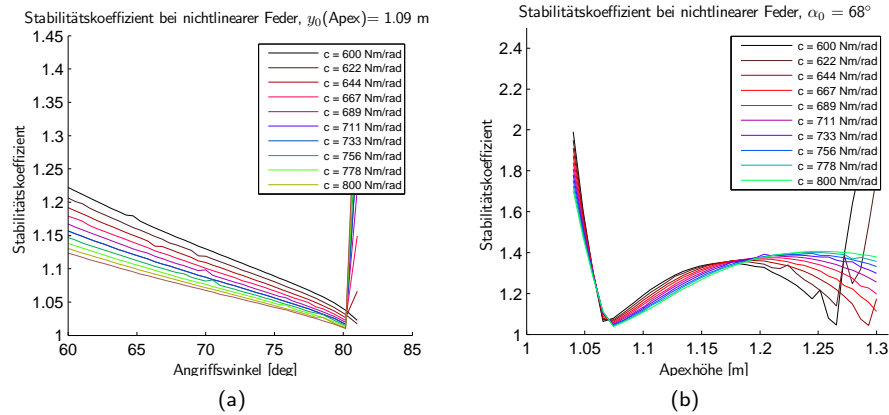


Abbildung 4.10: Stabilitätskoeffizienten bei körperfestem Anstellwinkel beim Rennen, nichtlineare Beinfeder (Zwei-Segment-Modell)

a: Stabilitätskoeffizienten bei fester Apexhöhe  
b: Stabilitätskoeffizienten bei festem Anstellwinkel

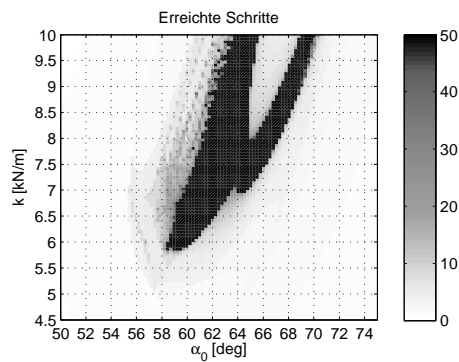


Abbildung 4.11: Erreichte Schritte beim Gehen mit körperfestem Anstellwinkel.  
 $y_0 = 1,08 \text{ m}$ ,  $v_x = 1,05 \text{ m/s}$ ,  $\phi_0 = 0^\circ$ ,  $\dot{\phi}_0 = +8,6^\circ/\text{s}$ .

nen, ist der Effekt des körperfesten Anstellwinkels ebenfalls umgekehrt. Dies ist der Grund, warum sich beim Gehen stabile Parameterbereiche finden lassen. Rotiert man beim Rennen das Bein entgegengesetzt zur Rotation des Oberkörpers (Protraktion, Abschnitt 4.9) so lassen sich auch beim Rennen stabile Bereiche finden.

## 4.9 Stabilisierung durch Protraktion (Bein vorschwingen)

Es wurde untersucht, ob es möglich ist, das Rennen durch Vorschwingen des Beines relativ zum Oberkörper mit dem Betrag der Drehgeschwindigkeit des Oberkörpers zu stabilisieren<sup>5</sup>. Es zeigte sich, dass dies möglich ist (Abbildung 4.12).

<sup>5</sup>Eine genaue Untersuchung des Einflusses eines variablen Beinanstellwinkels ist bei (Blum *et al.*, 2007) zu finden.

Auswahl von vier stabilen Fixpunkten (Apexwerte)  
beim Gehen mit körperfestem Anstellwinkel

Wert	Fixpunkt 1	Fixpunkt 2	Fixpunkt 3	Fixpunkt 4
$\alpha_0$ [grad]	61	61	63	68
$k$ [N/m]	6700	7000	7000	9000
$v_x$ [m/s]	1,048	1,072	1,038	1,082
$y_0$ [m]	1,081	1,090	1,090	1,040
$\phi_0$ [grad]	0	0	0	0
$\dot{\phi}_0$ [grad/s]	+8,62	+8,45	+5,75	+3,78
<b>Floquet-Faktoren (1 Schritt)</b>				
	1,000	1,000	1,000	1,000
	0,731	0,670	0,939	0,845
	-0,69 + 0,23i	-0,70 + 0,27i	-0,65 + 0,47i	-0,22 + 0,65i
	-0,69 - 0,23i	-0,70 - 0,27i	-0,65 - 0,47i	-0,22 - 0,65i

Tabelle 4.4: Lage und Stabilität von vier Fixpunkten beim Gehen; Anstellwinkel des Beines ist körperfest. Die Beträge der komplexen Floquet-Faktoren sind alle kleiner als 1; jeder Fixpunkt hat einen Floquet-Faktor mit dem Wert 1. Somit liegen alle vier Fixpunkte in einem Gebiet aus stabilen Fixpunkten.

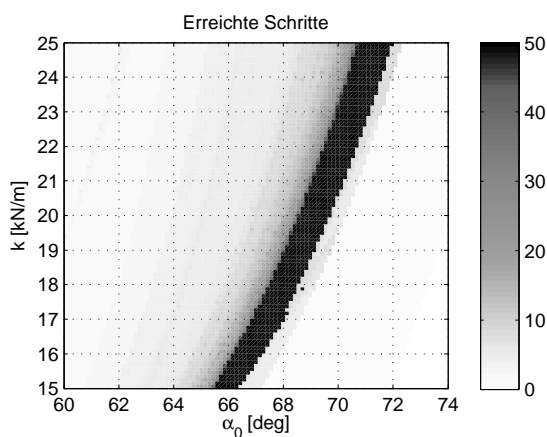


Abbildung 4.12: Erreichte Schritte mit Protraktion; Abbruch nach 50 Schritten. Initiale Apexhöhe  $y_0 = 1,07$  m,  $v_x = 4,5$  m/s,  $\phi_0 = 0^\circ$ ,  $\dot{\phi}_0 = -2,4^\circ$ /s.

Im Gegensatz zum körperbezogenen Anstellwinkel ist es nun unumgänglich, Informationen über den Winkel des Oberkörpers bezogen auf die Vertikale zu verarbeiten. Damit läßt sich solch ein System nicht mehr “blind”, also ohne Lagesensoren, realisieren.

## 4.10 Auf- und Abwärtsgehen

Dieses Modell ist nicht konservativ. Insofern ist zu erwarten, dass die Möglichkeit des Bergauf- und Bergabgehens bei konstanter Geschwindigkeit besteht. Dies konnte in der Simulation nachgewiesen werden (Abbildungen 4.14, 4.15). Es zeigte sich, dass Bergabgehen scheinbar stabiler ist als Bergaufgehen.

Bergaufgehen beziehungsweise Bergabgehen entspricht einer gleichmäßigen Beschleunigung. Insofern kann man die hier vorgeschlagenen Modellanpassungen auch zum Beschleunigen oder Abbremsen in der Ebene verwenden.

Damit das Modell bergauf- oder bergabgehen kann, ist es erforderlich, dass der VPP nicht mehr auf der Körperachse liegt. Dies ist in Abbildung 4.14 dargestellt. Da der Körperschwerpunkt weiterhin eine Pendelbewegung um den VPP ausführt, liegt die Körperachse nun im zeitlichen Mittel nicht mehr senkrecht, sondern ist nach vorne beziehungsweise hinten geneigt. Damit liegt die Hüfte im zeitlichen Mittel vor beziehungsweise hinter dem VPP. Die Bodenreaktionskraft zeigt zu jedem Zeitpunkt nach Voraussetzung vom Fußpunkt zum VPP; somit zeigt sie umso stärker nach hinten, je weiter vorne die Hüfte und damit auch der Fußpunkt liegen, und umso weiter nach vorne, je weiter hinten die Hüfte und damit auch der Fußpunkt liegen (vgl. auch Abbildung 7.5). Somit kann eine resultierende antreibende Wirkung (Hüfte nach hinten) beziehungsweise abbremsende Wirkung (Hüfte nach vorne) erzielt werden.

Der Oberkörper pendelt weiterhin um den VPP, also liegt der Schwerpunkt im Mittel etwa unter dem VPP. Die Hüfte liegt jedoch beim Bergaufgehen hinter dem Schwerpunkt, beim Bergabgehen entsprechend vor dem Schwerpunkt. Somit ist der Oberkörper beim Bergaufgehen nach vorne, beim Bergabgehen nach hinten geneigt, so wie man es aus eigener Erfahrung kennt. Es gilt in etwa<sup>6</sup>:  $\phi_{VPP} = \phi_0$ , wobei  $\phi_0$  den Winkel der Körperachse zur Senkrechten am Apex beschreibt. Eine physiologische Erklärung für große Winkel von  $\phi_0$  ist in Abschnitt 7.7 gegeben.

Aus Abbildung 4.13 ist ersichtlich, dass das Bergaufgehen nicht symmetrisch zum Bergabgehen ist. Der Unterschied liegt im Anstellwinkel des Beines zur Körperachse. Beim Abwärtsgehen ist der Winkel kleiner als beim Aufwärtsgehen. Es zeigt sich jedoch, dass der Anstellwinkel des Beines zur Oberfläche etwa der gleiche ist wie bei der horizontalen Fortbewegung (Abbildungen 4.14, 4.15).

---

<sup>6</sup>Da kein analytischer Ausdruck für  $\phi_{VPP}$  gefunden wurde, können keine exakten Aussagen gemacht werden.

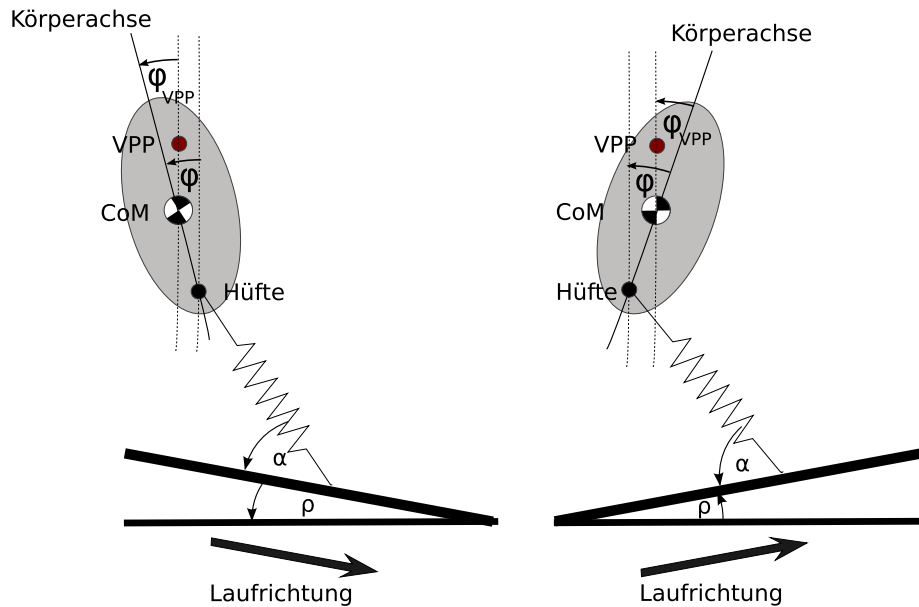


Abbildung 4.13: Anpassung des VPP-Modells beim Bergauf- und Bergabgehen. Die Lage des VPPs bleibt über dem Schwerpunkt, die Hüfte liegt jedoch nicht mehr unter dem Schwerpunkt. Weitere Anpassungen am Modell sind nicht erforderlich.  
 $\rho$ : Neigungswinkel der Ebene.

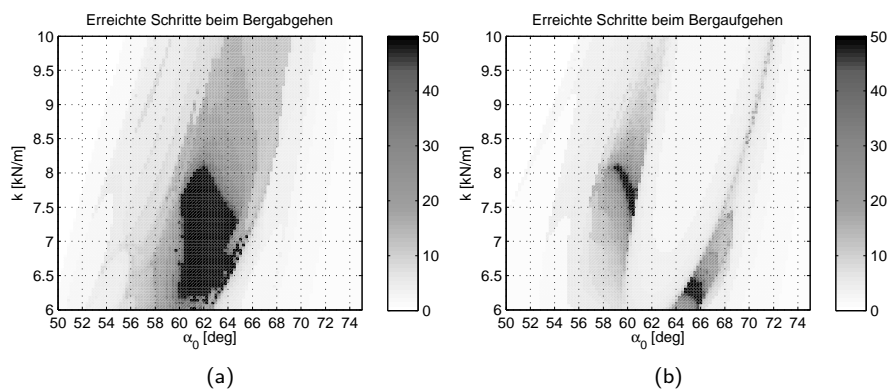


Abbildung 4.14: Erreichte Schritte beim Gehen; Stopp der Simulation nach 50 Schritten.  
 Parameter:  $r_H = 10\text{cm}$ ,  $r_{VPP} = 5\text{cm}$ ,  $l_0 = 1\text{m}$ ,  $v_x = 1\text{m/s}$ ,  $y_{H,0} = 96,5\text{cm}$   
 a: Abwärtsgehen, Neigung  $\rho = -5,7^\circ$ ,  $\phi_{VPP} = -61,6^\circ$ ,  $\phi_0 = 61,1^\circ$   
 b: Aufwärtsgehen, Neigung  $\rho = 5,7^\circ$ ,  $\phi_{VPP} = 63,5^\circ$ ,  $\phi_0 = -63,7^\circ$   
 Die Unterbrechung im stabilen Bereich beim Bergaufgehen liegt daran, dass das Modell hier nach wenigen Schritten zum Rennen überging. Dies ist aber eine Abbruchsbedingung der Simulation.

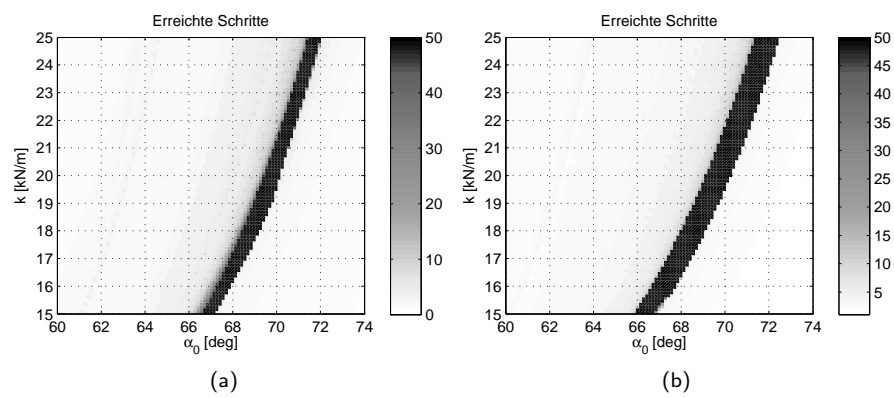


Abbildung 4.15: Erreichte Schritte beim Rennen; Stopp der Simulation nach 50 Schritten.

Parameter:  $r_H = 10\text{cm}$ ,  $r_{VPP} = 5\text{cm}$ ,  $l_0 = 1\text{m}$ ,  $v_x = 4\text{m/s}$ ,  $y_{H,0} = 1,06\text{cm}$

a: Abwärtsrennen, Neigung  $\rho = -5,7^\circ$ ,  $\phi_{VPP} = -73,5^\circ$ ,  $\phi_0 = 73,5^\circ$

b: Aufwärtsrennen, Neigung  $\rho = 5,7^\circ$ ,  $\phi_{VPP} = 70,9^\circ$ ,  $\phi_0 = -70,9^\circ$



## Kapitel 5

# Nachweis des VPPs im Experiment

Bisher wurde an einem Modell untersucht, wie ein ausgedehnter Oberkörper das Gehen und Rennen beeinflusst. Es wurde eine einfache, aber wirkungsvolle Kontrollstrategie vorgeschlagen (VPP, Kapitel 4), welche auf dem gezielten Einsatz von Hüftdrehmomenten basiert. Im Folgenden soll nun überprüft werden, ob dieser Ansatz auch biologisch plausibel ist, also ob ein VPP auch im Experiment nachgewiesen werden kann.

Dabei ist stets zu beachten, dass bis jetzt ausschließlich ein einfaches Modell mit starrem Oberkörper und masselosen Beinen betrachtet wurde. Folglich sind systematische Unterschiede zwischen dem Modell und dem Experiment zu erwarten.

### 5.1 Versuchsaufbau

Die Probanden laufen auf einem Laufband, welches mit Kraftsensoren ausgestattet war (Abbildung 5.1). Die Kraftsensoren sind so platziert, dass sowohl der ef-

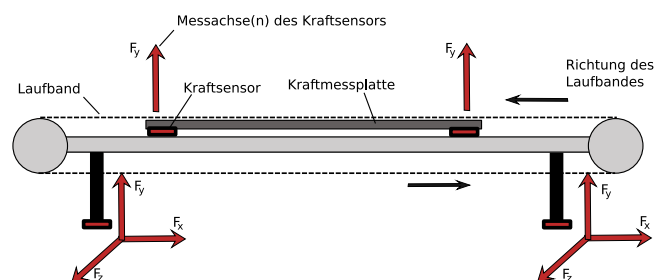


Abbildung 5.1: Schematische Darstellung des Laufbandes. Eine Aufsicht der Kraftmeßplatte ist in Abbildung 6.1 dargestellt.

effektive Kraftangriffspunkt (Center of Pressure, CoP) als auch die Bodenkraft im Raum bestimmt werden kann. In der Flugphase hält (idealerweise) der Schwerpunkt bezogen auf das Laufband eine konstante horizontale Geschwindigkeit;

in der Standphase, welche hier untersucht wurde, wird er relativ zum Laufband horizontal abgebremst und wieder beschleunigt. Die Körperschwerpunktsbewegung selbst wird nicht direkt gemessen, sondern wird durch Integration der Bodenreaktionskräfte erhalten. Hierbei bleibt ein Fehler bei der Bestimmung der Anfangslage des Schwerpunkts als konstante Verschiebung erhalten. Dies zeigte sich auch in den Meßdaten.

Es wurden die Daten von sechs Probanden ausgewertet. Da sich die Ergebnisse qualitativ sehr ähnlich sehen, sind stellvertretend nur einige Ergebnisse dargestellt.

## 5.2 Ergebnisse und Interpretation

Dargestellt sind die einzelnen gemessenen Kraftvektoren der Bodenreaktionskraft als Linien im Raum bezogen auf ein mit dem Körperschwerpunkt mitbewegtes Koordinatensystem. Die Achsen des Koordinatensystems bleiben stets parallel zu denen eines Inertialsystems und werden nicht mit dem Körper mitrotiert. Die Linien beginnen jeweils am CoP und zeigen in die Richtung der gemessenen Bodenreaktionskraft. Die Länge der Kraftvektoren wurde auf das Gewicht der Person normiert;  $1m \hat{=} g \cdot m \text{ N}$ ,  $m$ : Masse des Probanden. Die Positionsangaben beziehen sich auf den Schwerpunkt; das Koordinatensystem ist also körperfest mit dem Ursprung im Schwerpunkt. Dies ist nicht ganz korrekt, da die absolute Lage des Schwerpunkts zu Meßbeginn nicht genau bekannt war und somit eine konstante Verschiebung in den Meßdaten zu sehen ist. Diese äußert sich unter anderem darin, dass der Großteil eines Schrittes sich hinter dem scheinbaren (angegebenen) Schwerpunkt abspielt.

Die Kraftvektoren wurden nach folgendem Schema eingefärbt: Zu Beginn der Standphase sind die Vektoren schwarz. Wenn die Kraft einen bestimmten Wert (festgelegt auf  $F > mg$ ) und einen bestimmten Winkel zum Boden übersteigt (hier festgelegt auf  $\alpha > 84^\circ$ ), so werden die Vektoren blau. Wird der Winkel noch größer (hier festgelegt auf  $\alpha > 96^\circ$ ), werden die Vektoren grün.

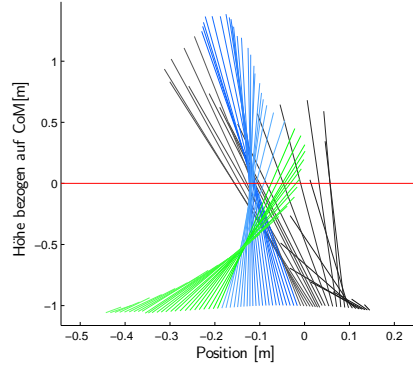
Offenbar läßt sich die Standphase beim Rennen in drei Abschnitte gliedern:

1. Aufsetzphase: Das Bein berührt den Boden. Das Bein muß an die Geschwindigkeit des Bodens relativ zum Körper angepaßt werden, sowohl in horizontaler als auch in vertikaler Richtung. Die Kraft hat scheinbar keine bestimmte Richtung.
2. Mittelteil: Hier schneiden sich im Regelfall die Kraftvektoren an einem körperfesten Punkt. Der Betrag der Kraft ist hier am höchsten. Hauptsächlich in dieser Phase wird der Oberkörper getragen.
3. Endphase: Hier wird das Bein nach vorne beschleunigt um wieder für den nächsten Schritt zur Verfügung zu stehen. Eine Unterstützung des Oberkörpers findet kaum noch statt.

Der Großteil der ausgewerteten Schritte zeigte Hinweise auf die Existenz des VPPs beim Menschen. Als Beispiel sind die Abbildungen 5.2 und 5.3 angegeben. Sie zeigen jeweils zwei aufeinanderfolgende Schritte, in welchen der VPP jeweils gut zu erkennen ist. Jedoch konnte der VPP nicht in jedem Fall nachgewiesen werden (Abbildung 5.4).

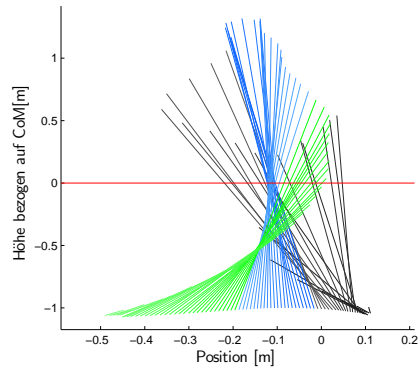
## Testperson "GRMA"

Kraftverlauf bei  $v=3.0 \text{ ms}^{-1}$  bei Schritt 56 (Subj: grma, 811N=1m)



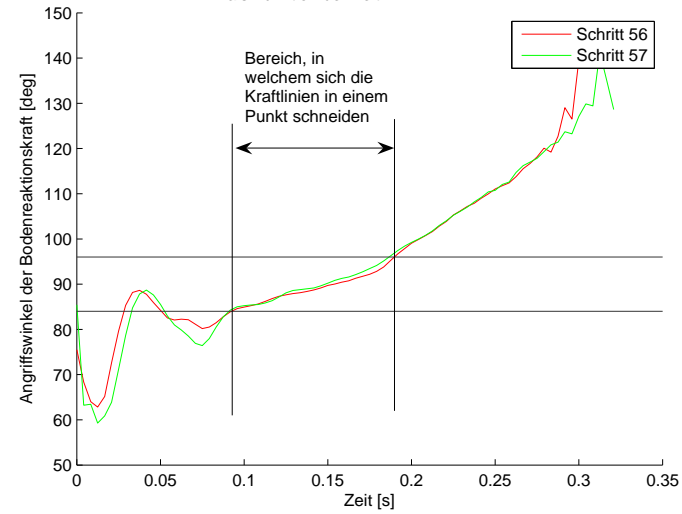
(a)

Kraftverlauf bei  $v=3.0 \text{ ms}^{-1}$  bei Schritt 57 (Subj: grma, 811N=1m)



(b)

Angriffswinkel der Bodenreaktionskraft  
als Funktion der Zeit



(c)

Abbildung 5.2: (a),(b): Darstellung des Kraft-Winkel-Verlaufs über dem Angriffspunkt der Kraft. Im Mittelteil der Standphase (blau) ist zu sehen, dass sich die Kraftlinien in etwa in einem Punkt schneiden. (c) Darstellung des Kraft-Winkel-Verlaufs über der Zeit. Zu erkennen ist der etwa lineare Verlauf im Mittelteil der Standphase (entspricht den blau dargestellten Kraftvektoren in (a) und (b)).

## Testperson "LABE"

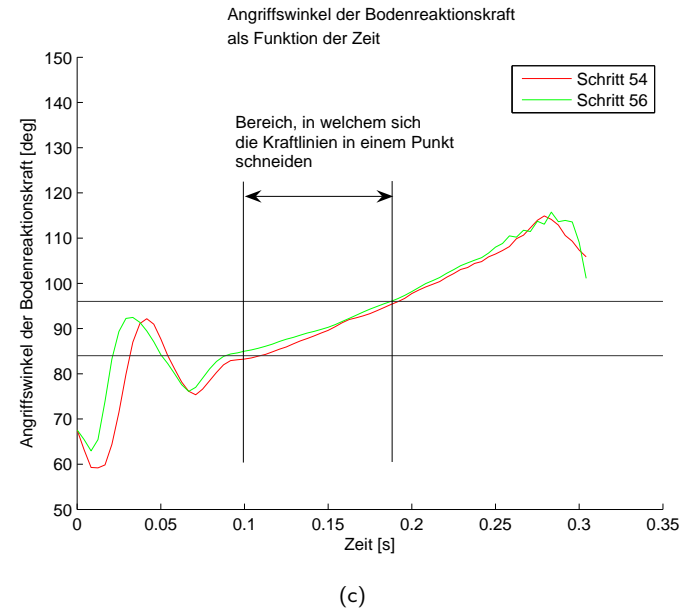
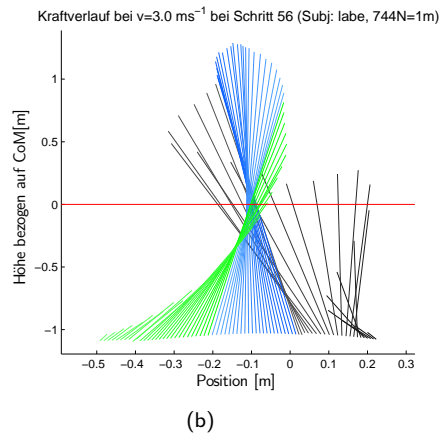
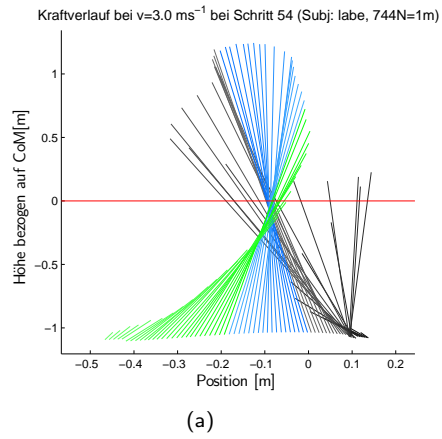


Abbildung 5.3: (a),(b): Darstellung des Kraft-Winkel-Verlaufs über dem Angriffspunkt der Kraft. Im Mittelteil der Standphase (blau) ist zu sehen, dass sich die Kraftlinien in etwa in einem Punkt schneiden. (c) Darstellung des Kraft-Winkel-Verlaufs über der Zeit. Zu erkennen ist der etwa lineare Verlauf im Mittelteil der Standphase (entspricht den blau dargestellten Kraftvektoren in (a) und (b)).

Testperson "LEJO" (VPP nicht auffindbar)

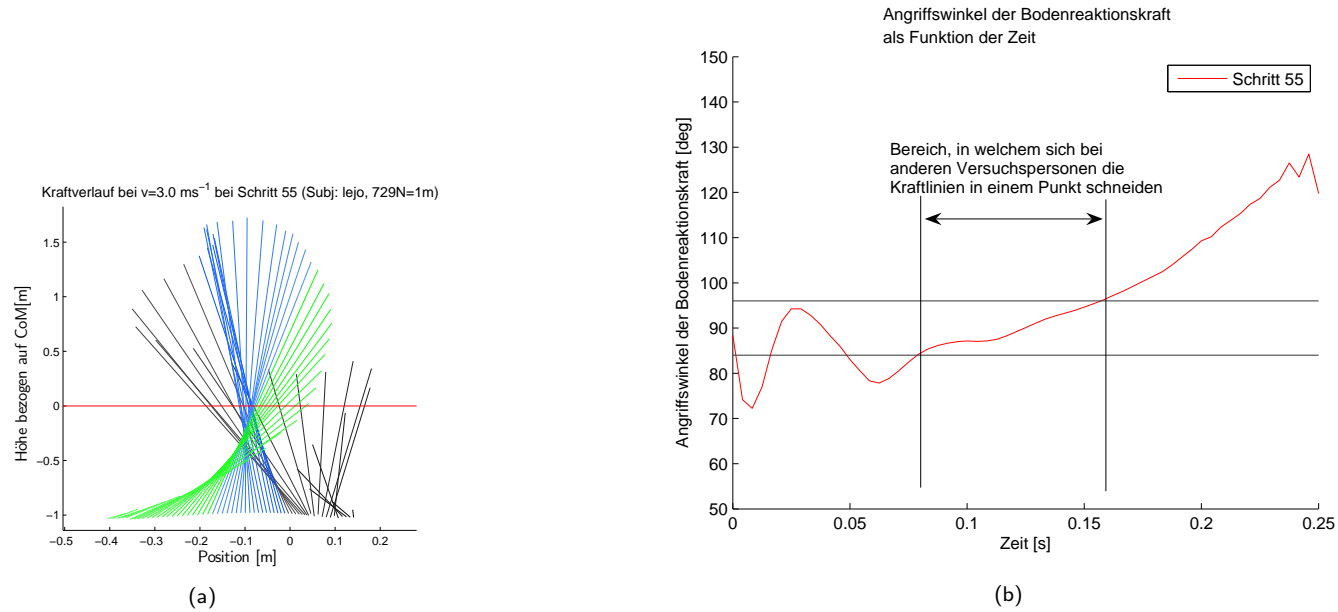


Abbildung 5.4: (a) Bei diesem Schritt ist zu sehen, dass sich die Kraftvektoren im Mittelteil der Standphase nicht an einem Punkt schneiden. Bei dieser Versuchsperson ließ sich auch bei anderen Schritten kein VPP nachweisen. (b) Darstellung des Kraft-Winkel-Verlaufs über der Zeit. Bei dieser Versuchsperson ist der Kraft-Winkel-Verlauf im Mittelteil nicht linear.

## Vorhersage des Modells

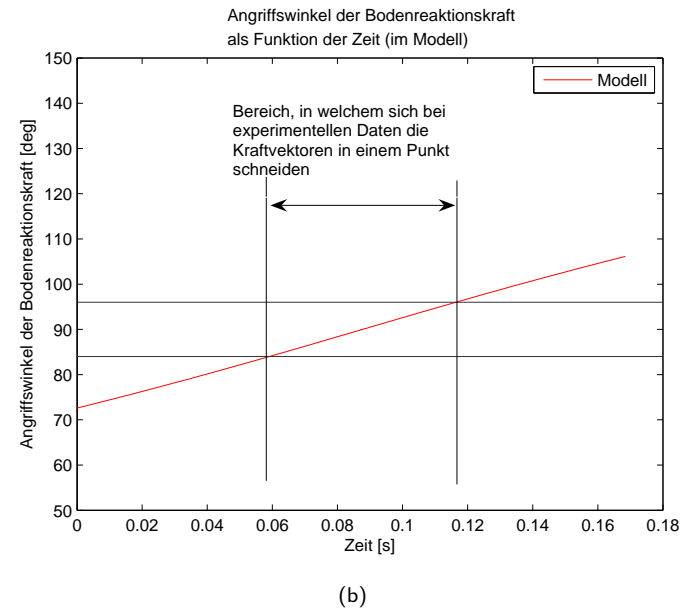
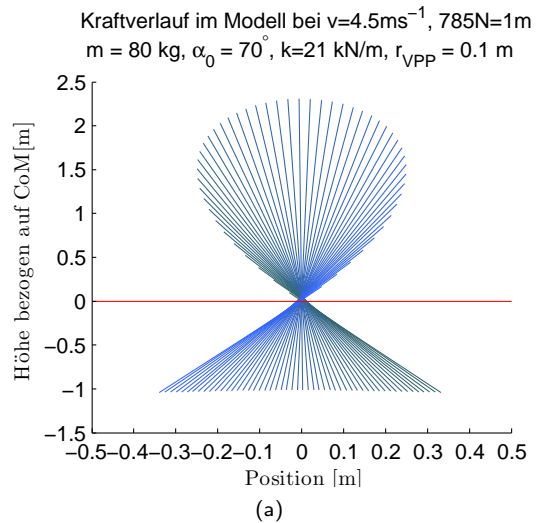


Abbildung 5.5: (a) Vorhersage des Modells bezüglich des Kraft-Winkel-Verlaufs über dem Ort. Da das Modell masselose Beine hat, sind keine Bereiche zu finden, welche dem Abbremsen (bei Versuchspersonen schwarz) beziehungsweise dem Beschleunigen des Beines (bei Versuchspersonen grün) zugeordnet werden können. (b) Der Kraft-Winkel-Verlauf ist eine annähernd lineare Funktion der Zeit. Minimale, hier nicht zu erkennende Abweichungen ergeben sich aus der Rotation des Oberkörpers.

## Kapitel 6

# Vergleich von Schrittbreite und Schrittlänge

Die bisherigen Untersuchungen bezogen sich ausschließlich auf zwei Dimensionen. Nun soll der Frage nachgegangen werden, ob eine Stabilisierung des Oberkörpers mittels eines VPPs auch im dreidimensionalen Fall biologisch plausibel ist. Dazu wird die Variation der Schrittbreite mit der Variation der Schrittlänge verglichen. Es zeigt sich, dass die Variation der Schrittbreite erheblich größer ist als die Variation der Schrittlänge (Abbildung 6.3). Dies kann als Indiz gewertet werden, dass die laterale Stabilisierung anders realisiert wird als die Stabilisierung in Bewegungsrichtung. Zu diesem Ergebnis kommen auch (Hof *et al.*, 2007).

### 6.1 Versuchsaufbau

Es wurden bereits vorhandene Meßdaten ausgewertet. Bei diesen Versuchen liefen die Versuchspersonen über ein Laufband. Unter dem Band befanden sich zwei Kraftmeßplatten, über welche die Versuchspersonen liefen; dies ist in Abbildung 6.1 dargestellt. Aus den jeweiligen Kräften an den Kraftmeßpunkten 1-4 konnte die Lage des Kraftangriffspunkts (Center of Pressure, CoP) bestimmt werden. Zielstellung war es, Informationen über die Schrittbreite, die Schrittlänge sowie über den Verlauf der Aufsatzzpunkte zu erhalten. Detaillierte Informationen zur Schrittbreite von Menschen finden sich bei (Donelan *et al.*, 2001). Die Messdaten sollen die Grundlage eines qualitativen Vergleiches der Stabilisierung der Bewegung in Laufrichtung und der lateralen Stabilisierung der Bewegung bilden.

### 6.2 Ergebnisse

Die Auswertung von 10 Datensätzen zeigte keine bedeutenden Unterschiede zwischen den verschiedenen Versuchspersonen. Stellvertretend werden hier Ergebnisse einer Versuchsperson vorgestellt. Abbildung 6.2 zeigt den zeitlichen Verlauf des CoP im Detail. Hier ist gut zu sehen, dass die seitliche Position des

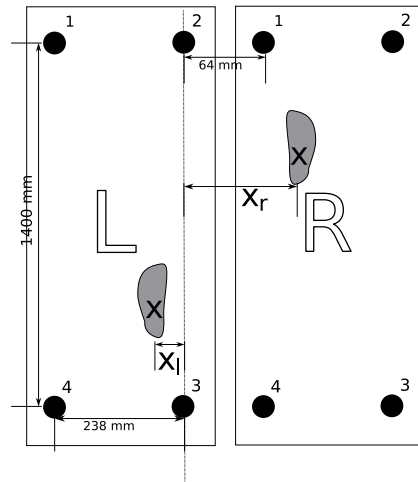


Abbildung 6.1: Schematischer Aufbau der Kraftmessplatte. Jede Kraftmessplatte hat vier Sensoren für die vertikale Komponente der Bodenreaktionskraft.  $x$  steht für den CoP.

Fußes von Schritt zu Schritt deutlich variiert. Abbildung 6.3 vergleicht die Variation der Schrittweite mit der Variation der Schrittlänge. Es zeigt sich, dass die Schrittweite stärker von Schritt zu Schritt variiert als die Schrittlänge.

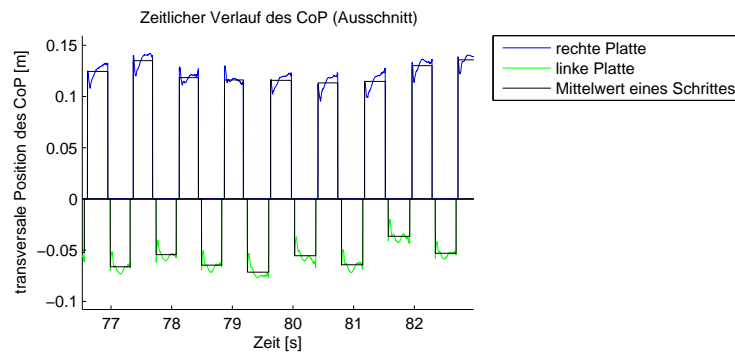
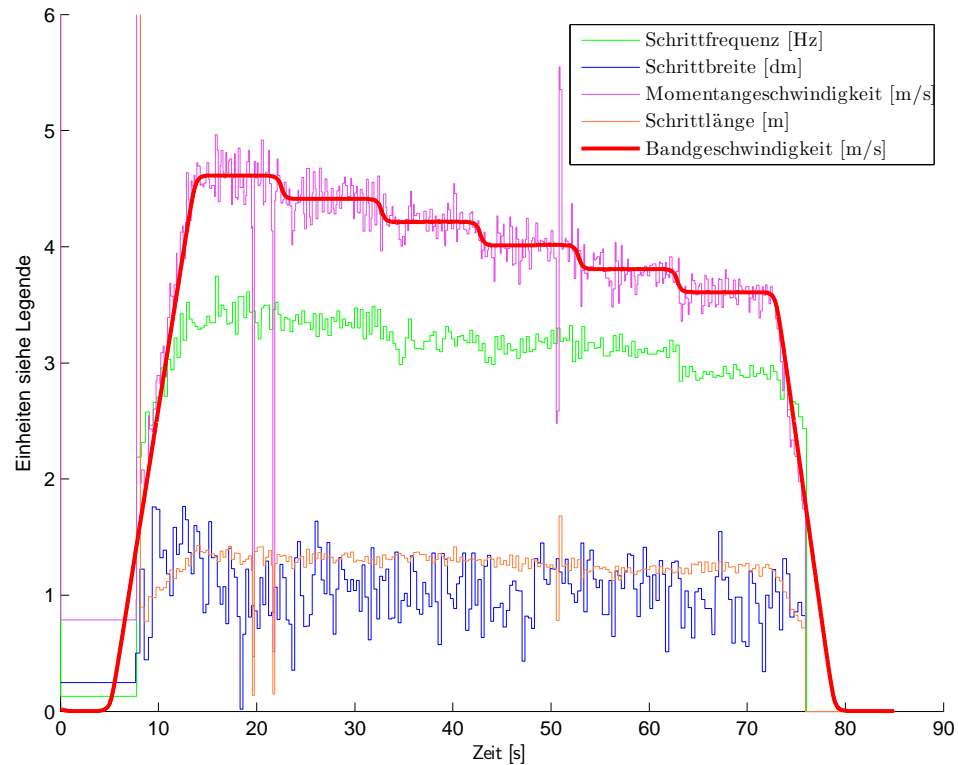


Abbildung 6.2: Lateraler Verlauf des Kraftangriffspunktes (Center of Pressure, CoP) beim Rennen ( $v = 4 \text{ ms}^{-1}$ ) auf dem Laufband. Zur Berechnung der Schrittweite wurde jeweils die Differenz zweier aufeinander folgender Mittelwerte genommen. Ansatzweise ist auch das Abrollen über die Außenkante des Fußes zu erkennen .





Schrittbreite, gemittelt <sup>a</sup>	
Mittelwert	0,104 m
Standardabweichung	0,025 m (24%)
Schrittlänge, linearer Fit <sup>b</sup>	
$l = at + b$	
a	-0,0029 m/s.
b	1,39 m
Standardabweichung	0,043 m (3,3%)

<sup>a</sup>Im Bereich von 15 bis 70 Sekunden.

<sup>b</sup>Ohne Spitzenwerte; Bereich 15 bis 70 Sekunden; linearer Fit trägt der Variation der Geschwindigkeit Rechnung.

Abbildung 6.3: Ausgewählte Parameter beim Rennen auf einem Laufband bei verschiedenen Geschwindigkeiten: Schrittfrequenz, Schrittbreite, Schrittlänge. Ergebnis bei einer Testperson; andere Ergebnisse waren qualitativ ähnlich. Zur besseren Darstellung wurde die Schrittbreite in Dezimeter angegeben. Die relative Variation der Schrittbreite ist deutlich höher als die der Schrittlänge.

### 6.3 Diskussion

Zur Überprüfung, ob eine Stabilisierung des Oberkörpers in drei Dimensionen mittels eines VPPs im Modell realisiert werden kann, wurde ein entsprechendes dreidimensionales Modell mit SimMechanics erstellt. Erste Ergebnisse zeigten die Tendenz zum Kurvenlaufen. Detaillierte Untersuchungen wurden an diesem Modell nicht durchgeführt.

Die Tendenz zum Kurvenlaufen ist keine grundsätzliche Schwäche des Modells, da Menschen ohne Orientierung ebenfalls Kurven laufen. Gerade Strecken kann man beispielsweise laufen, indem man ein Ziel hat und bei jedem Schritt die Orientierung zu diesem Ziel neu überprüft. Dies kann in den Messdaten gesehen werden: die Variation der Schrittbreite und der seitlichen Position der Aufsetzpunkte ist relativ zur Variation der Schrittlänge deutlich größer. Gut dazu passen die Ergebnisse von (Hof *et al.* , 2007), welche eine hohe Unabhängigkeit der seitlichen Stabilisierung von der Stabilisierung in Laufrichtung darlegen.

Die bevorzugte Schrittbreite liegt bei dieser Versuchsperson bei 10,4 cm. Dies stimmt gut mit den Ergebnissen von (Donelan *et al.* , 2001) überein; hier wird weiter noch der Energieaufwand in Abhängigkeit von der Schrittbreite untersucht. Es zeigt sich, dass die bevorzugte Schrittbreite gerade diejenige Schrittbreite ist, bei welcher der metabolische Aufwand minimal wird.

## Kapitel 7

# Diskussion der Ergebnisse, Schlussfolgerungen und Ausblick

### 7.1 Das Modell mit ausgedehntem Oberkörper

Die grundlegende Fragestellung dieser Arbeit war, die Stabilität und eine mögliche Stabilisierung des Oberkörpers beim Gehen und Rennen zu untersuchen. Dazu wurde in Kapitel 3 ein Renn-Modell mit ausgedehntem Oberkörper untersucht. Hierbei wurden keine stabilen periodischen Lösungen gefunden. Das VPP-Modell liefert eine anschauliche Erklärung für diese Instabilität: das Modell mit starrem Oberkörper entspricht ebenfalls einem VPP-Modell, bei dem jedoch VPP und Hüfte zusammenfallen. Somit entspricht dieses Modell einem invertierten virtuellen Pendel, also einem virtuellen Pendel, bei dem der Aufhängepunkt unter dem Körperschwerpunkt liegt. Dies ist offenbar instabil, wie man es auch aus der Anschauung heraus erwartet.

Dieses Ergebnis passt gut zu (Seipel & Holmes, 2005). Hier wurde eine andere Erweiterung des Masse-Feder-Modells untersucht, nämlich der zusätzliche Freiheitsgrad der lateralen Translation entlang der z-Achse (mit entsprechender Anpassung des Anstellwinkels). Dieses Modell hat ebenfalls periodische Lösungen, welche allerdings allesamt instabil sind.

(Ghigliazza *et al.*, 2005) gibt eine asymptotische Stabilität des hier beschriebenen Modells an; jedoch unter der Annahme, dass jede Oberkörperneigung zulässig ist. Des Weiteren wird die Gravitation in der Standphase vernachlässigt. Die bei (Ghigliazza *et al.*, 2005) gefundenen asymptotisch stabilen Lösungen sind in dem hier vorgestellten Modell jedoch durch die Hinfallbedingungen ausgeschlossen, da die Oberkörperneigung größer als  $90^\circ$  wird.

### 7.2 Zur Stabilität des VPP-Modells

Bei einem Fadenpendel wirken auf die Masse des Pendels die Schwerkraft sowie die Fadenkraft. Die Fadenkraft ist dabei stets auf den Aufhängepunkt des Fadens gerichtet. Analog verhält es sich beim physikalischen Pendel: Hier schwingt eine

träge Masse um den Aufhängepunkt. Dabei zeigt die Gesamtkraft am Aufhängepunkt (entspricht der Fadenkraft beim Fadenpendel) stets vom Schwerpunkt zum Aufhängepunkt. Am Körper greift somit eine Kraft an, welche vom Schwerpunkt zum Aufhängepunkt zeigt.

Beim VPP-Modell wird durch die Drehmomente in der Hüfte die Bodenreaktionskraft so gerichtet, dass sie stets auf den VPP zeigt. Im Gegensatz zum physikalischen Pendel zeigt sie jedoch nicht vom Schwerpunkt zum Aufhängepunkt, sondern vom Aufsatzpunkt zum VPP. Dennoch gibt es einen körperfesten Punkt, auf den die Kraft<sup>1</sup> zu jedem Zeitpunkt gerichtet ist. Somit wird eine Struktur realisiert, welche einem physikalischen Pendel ähnlich ist.

Von einem physikalischen Pendel ist allgemein bekannt, dass es (indifferent) stabil ist: Das (ungedämpfte) Pendel schwingt für alle Zeit mit konstanter Amplitude und Frequenz. Indifferente Stabilität bedeutet, dass kleine Störungen mit der Zeit weder abgebaut werden, noch verstärkt werden (Strogatz, 1994). Dies ist anschaulich klar, denn durch einen Stoß kann die Amplitude vergrößert oder verkleinert werden. Solange jedoch kein weiterer äußerer Einfluss vorliegt, ändert sich die Amplitude der Schwingung nicht.

Das VPP-Modell ist einem physikalischen Pendel ähnlich. Die wichtigsten Unterschiede sind in Abschnitt 4.2 beschrieben. Dabei wurde auch gezeigt, dass in der Tat das VPP-Modell annähernd wie ein vergleichbares physikalisches Pendel schwingt.

Die Stabilität des VPP-Modells kann also mit der Stabilität eines physikalischen Pendels anschaulich begründet werden. Dass an den gefundenen stabilen Fixpunkten zwei Floquet-Multiplikatoren nahe an eins liegen, unterstützt diese Hypothese. Anschaulich bedeutet dies, dass eine Störung lange braucht, bis sie abgebaut ist. Zum Vergleich: bei einem physikalischen Pendel wären die Floquet-Faktoren betragsmäßig genau eins. Das bedeutet, dass eine Störung des physikalischen Pendels mit der Zeit nicht abgebaut wird.

Offensichtlich führen die Unterschiede des virtuellen Pendels zum physikalischen Pendel in der Summe zu einer asymptotischen Stabilität.

Die Möglichkeit, das virtuelle Pendel zu dämpfen<sup>2</sup> (Abschnitt 4.6) zeigt eine weitere Analogie zum physikalischen Pendel auf: Ein analog gedämpftes physikalisches Pendel hat nur den Ruhezustand als "periodische Lösung", jede Störung ( $\hat{=}$  Anregung) wird mit der Zeit abgebaut. Ähnlich bewirkt eine Dämpfung des virtuellen Pendels einen verstärkten Abbau einer Störung. Allerdings lassen sich beim gedämpften VPP-Modell keine exakt periodischen Lösungen mehr finden.

### 7.2.1 Alternatives virtuelles Pendel

Es wurde auch eine weitere Möglichkeit untersucht, ein virtuelles Pendel zu realisieren. Dazu wurde in der Hüfte ein Drehmoment erzeugt, welches dem einer linearen Drehfeder entsprach. Der Auslenkung entsprach die Oberkörperrotation, die Ruhelage war die Senkrechte. Dies ist in Abbildung 7.1 dargestellt. Somit wurde ein virtuelles Drehpendel realisiert. In vorläufigen Untersuchungen konnten periodische Lösungen für das Gehen und Rennen gefunden werden. Allerdings war keine dieser Lösungen stabil. Wie alle anderen untersuchten

<sup>1</sup>mit Ausnahme der Schwerkraft

<sup>2</sup>mit einer linearen negativen Rückkopplung bezüglich der Rotationsgeschwindigkeit

Modelle bildeten die periodischen Lösungen im Konfigurationsraum  $(\phi, \dot{\phi}, v_x, y)$  ein eindimensionales Gebiet.

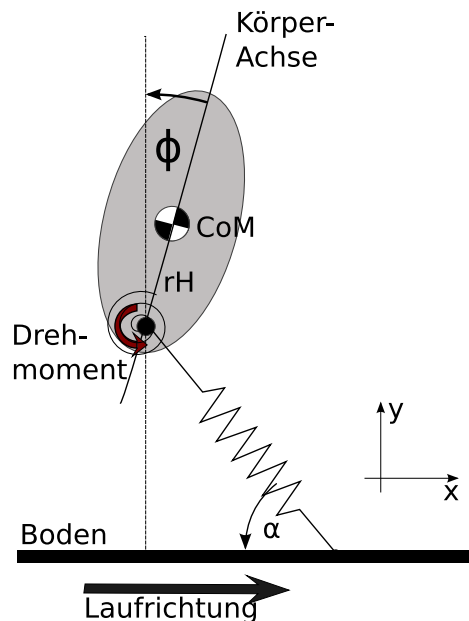


Abbildung 7.1: Alternatives virtuelles Pendel (Drehpendel): Das Pendel wird durch eine virtuelle Drehfeder in der Hüfte realisiert. Dazu wird in der Hüfte stets ein Drehmoment erzeugt, welches zur Auslenkung des Oberkörpers aus der Senkrechten proportional ist und der Auslenkung entgegen wirkt.

$r_H$ : Abstand Hüfte-Schwerpunkt, CoM: Körperschwerpunkt,  $\alpha$ : Anstellwinkel des Beines,  $\phi$ : Auslenkung des Oberkörpers aus der Senkrechten.

### 7.2.2 Der VPP bei massebehafteten Beinen

In den Modellen wurden stets masselose Beine angenommen. Die erforderlichen Drehmomente zur Positionierung massebehafteter Beine sind jedoch beim Menschen so gerichtet, dass sie eine Oberkörperkontrolle mittels VPP unterstützen:

- Zum Ende der Flugphase und zu Beginn der Standphase wird der M. Gluteus Maximus aktiviert (Perry, 1992). Dadurch wird das Bein nach hinten gezogen sowie die Hüfte und das Knie (über den Tractus iliotibialis) gestreckt (Lippert, 2000). Das VPP-Modell erfordert ebenfalls ein streckendes Hüftdrehmoment zu Beginn der Standphase, welches das Bein nach hinten zieht.
- Zum Ende der Standphase und zu Beginn der Flugphase wird das Bein nach vorne beschleunigt, damit es vor dem nächsten Bodenkontakt vor den Körper gelangt. Dies wird beim Menschen durch verschiedene Muskelgruppen bewirkt: Durch Aktuation des Sprunggelenks (durch M. Gastrocnemius, M. Soleus), durch Aktuation der Hüfte (M. Iliopsoas), und auch durch den M. Rectus Femoris, welcher das Knie streckt und gleichzeitig auch die Hüfte beugt. Dieser Muskel ist zum Ende der Standphase

und zu Beginn der Schwungphase aktiv (Perry, 1992). Das VPP-Modell erfordert ebenfalls zum Ende der Standphase ein Hüftdrehmoment, welches das Bein nach vorne zieht und die Hüfte beugt.

Offensichtlich werden die Drehmomente in der Hüfte umso größer, je schneller das Bein positioniert werden muss. Dadurch wandert auch der VPP "nach oben". Somit kann auch der Schwerpunkt nach oben wandern und trotzdem noch unterhalb des VPPs liegen. Damit ist es nicht mehr ungünstig, die Arme anzuwinkeln (das Anwinkeln der Arme geschieht zur besseren Anpassung der Pendelfrequenz der Arme an die Schrittfrequenz).

Somit kann gesagt werden, dass die experimentell beobachtete Drehbeschleunigung der Beine die Stabilisierung des Oberkörpers unterstützt, da das zum Platzieren der Beine erforderliche Hüftdrehmoment genauso gerichtet<sup>3</sup> ist, wie das Hüftdrehmoment beim VPP-Modell. Des Weiteren sind massebehaftete Beine förderlich für die Stabilisierung des Oberkörpers, da aufgrund ihrer Trägheit auch in der Flugphase der Oberkörper aktiv rotiert werden kann.

### 7.3 Verringerung der horizontalen Bodenreaktionskraft durch den VPP

Beim menschlichen Gehen und Rennen sowie beim Masse-Feder-Modell und auch beim VPP-Modell zeigt die horizontale Komponente der Bodenreaktionskraft zu Beginn der Standphase entgegen der Laufrichtung, zum Ende der Standphase hingegen in Laufrichtung. Folglich wird der Körperschwerpunkt zu Beginn der Standphase abgebremst, während er am Ende der Standphase wieder beschleunigt wird. Im Vergleich zum Masse-Feder-Modell wird der Körperschwerpunkt beim VPP-Modell jedoch weniger stark abgebremst und muss folglich auch nicht so stark beschleunigt werden. Das ist in Abbildung 7.2 dargestellt. Der Grund hierfür liegt in den Hüftmomenten, welche zu Beginn der Standphase das Bein nach hinten ziehen und somit dem Abbremsen entgegenwirken. Analog ziehen die Hüftdrehmomente das Bein zum Ende der Standphase wieder nach vorne. Dies führt zu einer geringeren Beschleunigung des Schwerpunkts, da die Bodenreaktionskraft nun steiler nach oben und weniger nach vorne zeigt. Dies ist durchaus ein positiver Effekt, da der Gang dadurch gleichmäßiger wird.

Eine weitere anschauliche Erklärung ist in Abbildung 7.3 dargestellt: Das VPP-Modell realisiert ein virtuelles Bein, welches einen steileren Anstellwinkel als die Beinfeder aufweist. Ein steilerer Anstellwinkel des Beines führt aber automatisch auch zu steileren Kraftvektoren und somit zu geringeren horizontalen Kräften.

### 7.4 Vergleich des VPP-Modells mit dem Masse-Feder-Modell

Das VPP-Modell kann als eine Erweiterung des Masse-Feder-Modells gesehen werden, welches für  $r_H = 0$ ,  $r_{VPP} = 0$  in das Masse-Feder-Modell übergeht. In

<sup>3</sup>aber nicht notwendigerweise gleich groß

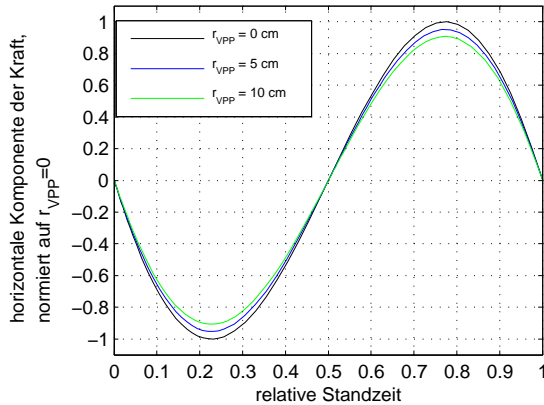


Abbildung 7.2: Einfluss des VPPs auf die horizontale Komponente der Bodenreaktionskraft bei einem Schritt an jeweils einem Fixpunkt.  $k = 20.5 \text{ kN/m}$ ,  $\alpha_0 = 68^\circ$ ,  $y_0 = 1.05 \text{ m}$ ,  $v_x \approx 4.9 \text{ m/s}$ . Die Geschwindigkeiten unterscheiden sich an den verschiedenen Fixpunkten bei gleicher Apexhöhe, aber unterschiedlichem  $r_{VPP}$ .

der Dynamik zeigen sich jedoch einige Unterschiede:

- Das Hüftdrehmoment des VPP-Modells ist stets so gerichtet, dass das Bein in Richtung Körperachse gezogen wird. Somit wird das Bein zu Beginn der Standphase nach hinten, zum Ende nach vorn gezogen. Der Effekt ist, dass die horizontale Geschwindigkeit des Schwerpunkts innerhalb der Standphase weniger stark variiert. Dies lässt sich anschaulich mit einem virtuell verlängerten Bein (Abbildung 7.3) erklären. Somit bildet der VPP das Gegenstück zur virtuellen Beinverlängerung durch den Fuß (siehe Abbildung 1.1, Seite 4): durch das Abrollen über den Fuß verlagert der Mensch beim Rennen und Gehen den effektiven Fußpunkt kontinuierlich in Laufrichtung (“Point of Force Transition”, POFT). Hierdurch werden ebenfalls die horizontalen Kräfte vermindert. (Bullimore & Burn, 2006).
- Das VPP-Modell ist im Gegensatz zum Masse-Feder-Modell nicht konservativ. Das Drehmoment in der Hüfte leistet zu Beginn der Standphase positive Arbeit, zum Ende der Standphase negative Arbeit. Bei einer periodischen Lösung ist das Integral über die Arbeit während der Standphase 0.
- Das VPP-Modell ist in der Lage, durch Verlagerung des VPPs zu beschleunigen und abzubremesen, also bergauf- und bergab zu gehen (Abschnitt 4.10).
- Bei gleichem Anstellwinkel werden beim VPP-Modell etwas steifere Federn benötigt<sup>4</sup>. Das ist auch anschaulich verständlich, da das VPP-Modell als Modell mit einem virtuelles Bein dargestellt werden kann, welches einen steileren Anstellwinkel als die Beinfeder aufweist (Abbildung 7.3) und länger als diese ist. Dieses Bein entspricht nicht mehr einer einfachen

<sup>4</sup>Beim Masse-Feder-Modell steigt die benötigte Federhärte mit dem Anstellwinkel (beispielsweise Abbildung 1.8, Seite 11).

Feder: Im Regelfall hängt die Kraft nicht nur von der Kompression dieses virtuellen Beines ab, sondern auch von anderen Modellparametern (Hüftwinkel, Kraft und Länge der Beinfeder). Somit existiert keine eindeutige Kraft-Längen-Beziehung mehr. Bei einer periodischen Lösung hingegen kann die Kraft als Funktion der Länge ausgedrückt werden (Abbildung 7.4). Dennoch ist die Systemenergie während der Standphase nicht konstant. Das Hüftdrehmoment leistet stets Arbeit, wenn sich der Hüftwinkel ändert und die Kraft der Beinfeder nicht verschwindet. Das Hüftdrehmoment ändert dabei aktiv die Kraft-Längen-Kennlinie<sup>5</sup> des virtuellen Beines und ermöglicht so eine Änderung der Systemenergie<sup>6</sup>. Bei symmetrischen Lösungen entspricht die Änderung zu Beginn der Standphase genau entgegengesetzt der Änderung am Ende der Standphase. Damit sind die Kraft-Längen-Kurven gleich und die Arbeitsintegrale entgegengesetzt gleich groß. (Abbildung 7.4 b). Die Gesamtarbeit während der Standphase verschwindet damit.

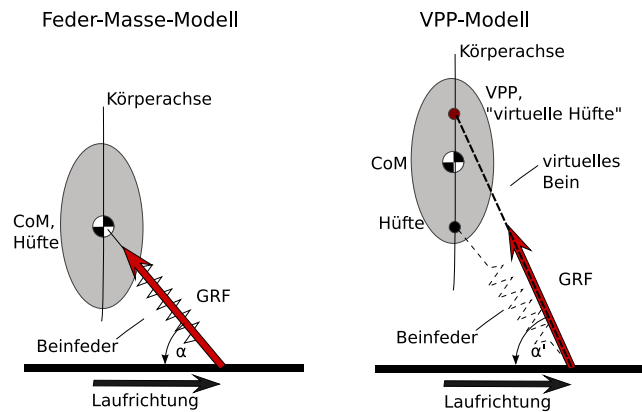


Abbildung 7.3: Virtuelle Beinverlängerung am VPP-Modell: Da die Kraft stets auf den VPP zeigt, kann dieser als eine virtuelle Hüfte betrachtet werden, an welcher ein virtuelles Bein angebracht ist. Dieses Bein entspricht jedoch nicht mehr einer einfachen Feder (siehe Text und Abbildung 7.4). Durch die Geometrie bedingt hat das virtuelle Bein automatisch einen steileren Anstellwinkel als die Beinfeder.

## 7.5 VPP als Möglichkeit der Geschwindigkeitsregelung

Das VPP-Modell kann die Geschwindigkeit und die kinetische Energie regeln. Neigt sich der Oberkörper nach vorne, so beschleunigt das Modell, neigt er

<sup>5</sup>Bei einer linearen Feder entspricht die Kraft-Längen-Kennlinie gerade der Federsteifigkeit.

<sup>6</sup>Zum Vergleich: Bei einer linearen Feder hängt die gespeicherte Energie von der Kompression  $\Delta l$  und der Federkonstante  $k$  ab ( $E = \frac{1}{2}k * (\Delta l)^2$ ). Eine (instantane) Änderung dieser Konstante würde damit zu einer Änderung der gespeicherten potentiellen Energie führen. Beim virtuellen Bein entspricht dem ein Hüftdrehmoment, welches das virtuelle Bein "weicher" (beziehungsweise "härter") macht, also aktiv (mit Energieaufwand) die Kompression (beziehungsweise die Entspannung) unterstützt.



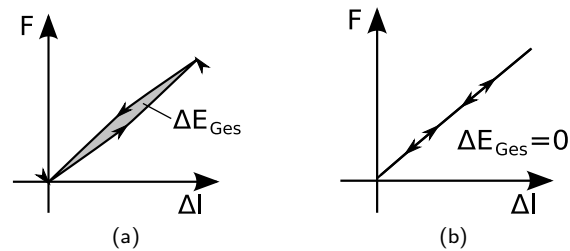


Abbildung 7.4: Schematische Darstellung der Kraft-Weg-Kennlinien des virtuellen Beines während einer Standphase (nach Simulationsergebnissen). (a) Nicht-periodische Lösung: Die Gesamtkraft  $F$  lässt sich nicht allein als Funktion der Kompression  $\Delta l$  angeben. Bei einer nicht-periodischen Lösung ist die Energie im Regelfall nicht konstant. Die eingeschlossene Fläche gibt die Änderung der Systemenergie während der Standphase an. (b) Periodische (symmetrische) Lösung: In diesem Fall besteht (aufgrund der Symmetrie der Standphase) ein ein-eindeutiger Zusammenhang von Kompression  $\Delta l$  und Kraft  $F$  des virtuellen Beines. Obwohl die Summe der geleisteten Arbeit verschwindet, ist die Gesamtenergie des Systems während der Standphase nicht konstant (siehe Text).

sich hinten, so bremst es ab. Dies ist in den Abbildungen 7.5 und 7.6 dargestellt. Beim Bergaufgehen ist es offenbar erforderlich, dass dem System konstant Energie zugeführt wird. Bei der Fortbewegung in der Ebene würde das zu einer Beschleunigung führen. Um dies zu bewirken, muss eine konstante Vorlage des Oberkörpers erreicht werden. Das VPP-Modell ist jedoch stets bestrebt, sich gerade auszurichten. Eine Möglichkeit, diese Eigenschaft auszunutzen, besteht darin, den VPP nicht mehr auf die Achse Hüfte-Schwerpunkt zu legen, sondern hinter diese Achse. Das Modell ist nun bestrebt, die Achse Schwerpunkt-VPP senkrecht zu stellen. Damit ist jedoch die Achse Hüfte-VPP stets nach vorne gebeugt. Daraus resultiert eine Energiezufuhr. Das ist in der Abbildung 4.13 in Abschnitt 4.10 dargestellt. Analog kann das Modell bergab gehen beziehungsweise abbremsen, indem der VPP vor die Körperachse gelegt wird.

Dies ist ein bedeutender Unterschied zum Masse-Feder-Modell: Das Masse-Feder-Modell ist konservativ, seine Systemenergie also konstant. Somit kann dieses Modell prinzipiell nicht mit konstanter Geschwindigkeit bergauf oder bergab gehen oder rennen. Auch das Beschleunigen und Abbremsen ist nur in bestimmten Grenzen möglich, nämlich indem die Apexhöhe variiert wird. Ein realistischer Muskel hat jedoch eine geschwindigkeitsabhängige Kraftfunktion (Hill, 1938) und ist damit nicht mehr konservativ. Dies kann jedoch die Robustheit des Systems unterstützen (Seyfarth *et al.*, 2000).

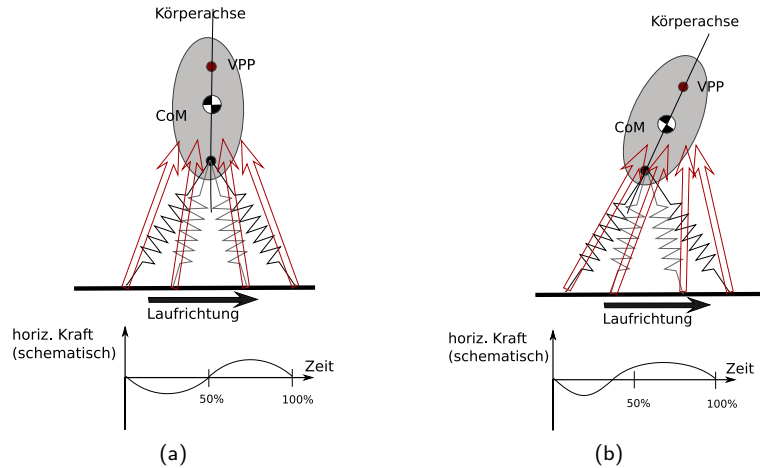


Abbildung 7.5: Einfluss der Lage des Oberkörpers während der Standphase auf die horizontale Komponente der Bodenreaktionskraft. (a) Die horizontale Komponente der Bodenreaktionskraft ist bei den gefundenen periodischen Lösungen symmetrisch. Somit liegt keine resultierende Beschleunigung in Laufrichtung während der Standphase vor. Bei den gefundenen periodischen Lösungen ist der Oberkörper in der Mitte der Standphase gerade. (b) Bei einer Vorlage des Oberkörpers wird das System in der Standphase beschleunigt, da der beschleunigende Anteil der Bodenreaktionskraft am Ende der Standphase überwiegt. Analog wird das System bei der Rücklage abgebremst.

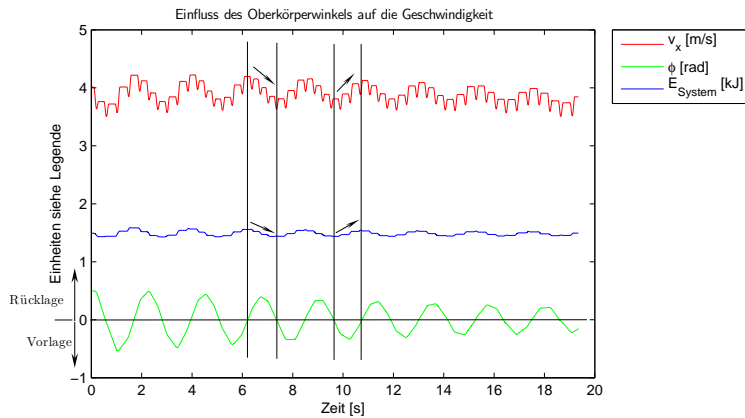


Abbildung 7.6: Einfluss der Lage des Oberkörpers auf die Geschwindigkeit. Man erkennt, dass die Vorlage des Oberkörpers ( $\phi < 0$ ) zur Beschleunigung führt, die Rücklage ( $\phi > 0$ ) hingegen zum Abbremsen. Ebenfalls wird auch die Gesamtenergie des Systems beeinflusst. Die kleinen, regelmäßigen, negativen Spitzen in der Geschwindigkeitskurve kommen durch das Abbremsen und Beschleunigen während der Standphase zustande. Abbildung 7.5 zeigt eine anschauliche Erklärung für dieses Verhalten.

Die Modellparameter sind:  $k = 21 \text{ kN/m}$ ,  $\alpha_0 = 70^\circ$ ,  $v_{x0} = 4 \text{ m/s}$ ,  $y_0 = 1.08 \text{ m}$ ,  $\phi_0 = 0.5 \text{ rad}$ ,  $\dot{\phi}_0 = -0.05 \text{ rad s}^{-1}$ ,  $r_{VPP} = 5 \text{ cm}$ . Abbruch der Simulation nach 50 Schritten.

## 7.6 VPP-Modell mit körperbezogenem Anstellwinkel

In Abschnitt 4.8 wurde das VPP-Modell mit körperbezogenem Anstellwinkel der Beinfedern untersucht. Hierbei zeigte sich, dass es lediglich für das Gehen stabile Lösungen gab. Eine Analogie zur Statik macht das plausibel:

Betrachtet man ein stehendes Feder-Masse-Modell, so ist intuitiv verständlich, dass dieses Modell bei einer kleinen Störung umfällt. Eine einfache Betrachtung macht dies klar: Wenn der Schwerpunkt nicht mehr über dem Fußpunkt liegt, so bewirkt die Gravitationskraft ein Drehmoment bezogen auf den Fußpunkt, welches die Auslenkung verstärkt und somit zum Umfallen führt.

Das gilt auch für das VPP-Modell. Die Bodenreaktionskraft zeigt stets auf den VPP und zeigt somit zu der Seite, zu der auch der VPP und damit<sup>7</sup> auch der Schwerpunkt von der Senkrechten abweichen. Dadurch wird eine kleine Auslenkung aus der Senkrechten verstärkt, und das Modell kippt um.

Hält man jedoch nun das Federbein fest<sup>8</sup>, so kann das Feder-Masse-Modell nicht umfallen. Das gleiche gilt auch für das VPP-Modell<sup>9</sup>. Dass das festgehaltene VPP-Modell nicht umkippt ist nicht offensichtlich und soll deshalb im Folgenden kurz dargelegt werden. Bei einer Störung ist das Drehmoment  $M_S$ , welches den Oberkörper auslenkt:

$$M_S = mg r_H \sin(\phi) = F_B r_H \sin(\phi) \quad (7.1)$$

Hierbei steht  $m$  für die Masse des Körpers,  $g$  für die Erdbeschleunigung,  $\phi$  für den Winkel des Oberkörpers zur Senkrechten und  $F_B$  für die Federkraft, welche in dem hier angenommenden Quasi-Gleichgewichtsfall der Gewichtskraft entspricht.

Der Betrag des (aufrichtenden) Hüftdrehmoments beim VPP-Modell aus Gleichung 4.8 ist:

$$M_{VPP} = F_B l \tan \gamma \quad (7.2)$$

Hierbei steht  $F_B$  für die Federkraft,  $l$  für die momentane Beinlänge. Der Winkel  $\gamma$  ist der Winkel zwischen der Beinachse und der Verbindungsgeraden von Fußpunkt und VPP (Abbildung 7.7). Der Tangens dieses Winkels lässt sich auch schreiben als:

$$\tan \gamma = \frac{(r_H + r_{VPP}) \sin \phi}{l + (r_H + r_{VPP}) \cos \phi} \quad (7.3)$$

Somit gilt für das aufrichtende Hüftdrehmoment:

$$M_{VPP} = F_B \frac{(r_H + r_{VPP}) \sin \phi}{1 + \frac{1}{l}(r_H + r_{VPP}) \cos \phi} \quad (7.4)$$

Für  $\phi \neq 0$  soll dies nun betragsmäßig größer als das auslenkende Hüftdrehmoment aus Gleichung 7.1 sein:

$$\left| F_B \frac{(r_H + r_{VPP}) \sin \phi}{1 + \frac{1}{l}(r_H + r_{VPP}) \cos \phi} \right| > |F_B r_H \sin(\phi)|$$

$$\Leftrightarrow r_H + r_{VPP} > r_H + \frac{r_H}{l}(r_H + r_{VPP}) \cos \phi$$

<sup>7</sup>im Normalfall, wenn Hüfte, Schwerpunkt und VPP auf einer Achse liegen

<sup>8</sup>Beim stehenden Modell ist hierfür ein externes Drehmoment notwendig.

<sup>9</sup>Bei "vernünftigen" Parametern, beispielsweise muss die Federsteifigkeit groß genug sein um die Masse tragen zu können. Außerdem muss die Bedingung in Gleichung 7.5 erfüllt sein.

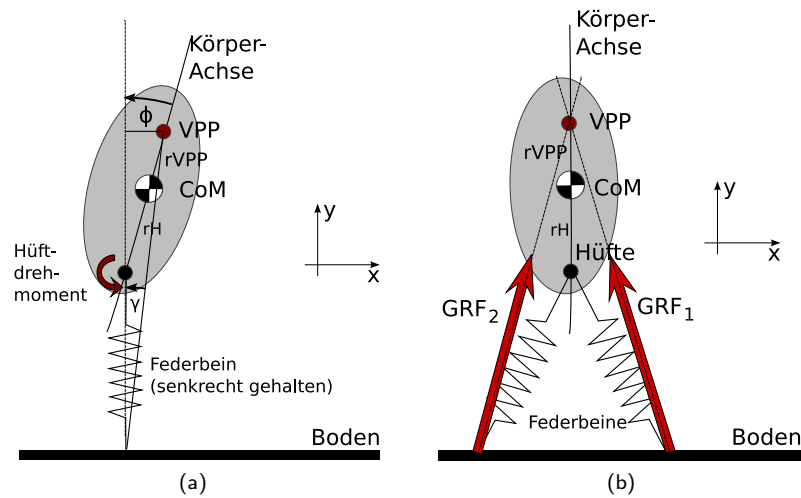


Abbildung 7.7: Zur Stabilität von stehenden VPP-Modellen: (a) Stehendes VPP-Modell mit einem festgehaltenen Bein. Das Modell soll annähernd im Gleichgewicht sein, somit entspricht die Federkraft der Gewichtskraft. Dieses Modell ist stabil, wenn die Bedingung in Gleichung 7.5 erfüllt ist (siehe Text). (b) Stehendes VPP-Modell zum Gehen in der Doppelstützphase. Da die Bodenreaktionskraft jedes Beines (GRF) stets zum VPP und damit über den Schwerpunkt zeigt, ist dieses auf zwei Beinen stehende Modell stabil. Die beiden Fußpunkte bilden eine Unterstützungsfläche (im Gegensatz zu (a), wo die Unterstützung an einem Punkt erfolgt).

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \quad r_{VPP} \left(1 - \frac{r_H}{l} \cos \phi\right) &> \frac{r_H}{l} r_H \cos \phi \\ \Leftrightarrow \quad r_{VPP} &> r_H \frac{r_H \cos \phi}{l - r_H \cos \phi} \end{aligned} \quad (7.5)$$

Offensichtlich ist der Term auf der rechten Seite für  $\phi = 0$  am größten. Für typische Werte wie  $l = 1\text{m}$ ,  $r_H = 10\text{cm}$  ergibt sich für  $\phi = 0$  die Bedingung  $r_{VPP} = 1,1\text{cm}$ . Für die üblicherweise verwendeten Werte  $r_{VPP} = 5\text{cm}$ ,  $r_{VPP} = 10\text{cm}$  ist diese Bedingung also erfüllt (Vgl. auch Abschnitt 7.6.1).

Die Analogie zum rennenden VPP-Modell bezieht sich nun darauf, dass dieses Modell auch nur dann stabil ist, wenn die Lage des Beines zum Boden kontrolliert wird. Ein externes Drehmoment ist für die Stabilisierung eines rennenden VPP-Modells nicht erforderlich. Rennt das VPP-Modell nun mit körperbezogenem Anstellwinkel, so liegt die Analogie zum nicht festgehaltenen stehenden VPP-Modell nahe. In beiden Fällen wird die Lage des Beines zum Boden nicht kontrolliert, und beide Modelle sind instabil.

Betrachtet man nun ein VPP-Modell, bei welchem  $r_H = r_{VPP} = 0$  gilt, so sieht man leicht, dass aufgrund der nun fehlenden Oberkörperrotation der körperbezogene Anstellwinkel mit dem bodenbezogenen Anstellwinkel identisch ist. Dies gilt jedoch nur, solange keine Störung in Form einer Oberkörperrotation vorliegt. Das Modell ist nicht in der Lage, eine Oberkörperrotation auszugleichen, und deswegen ebenfalls instabil.

Somit ist offenbar beim Rennen bei diesem Modell eine Information über die Lage des Beines oder<sup>10</sup> des Körpers bezüglich des Bodens erforderlich.

<sup>10</sup>Wenn die "inneren" Modellparameter wie beispielsweise der Hüftwinkel bekannt sein sollen,

Im Gegensatz zum Rennen wies das VPP-Modell mit körperbezogenem Anstellwinkel beim Gehen stabile periodische Lösungen auf. Der entscheidende Unterschied zwischen beiden Modellen ist in der Doppelstützphase zu sehen. Der Abstand zwischen den zwei Fußpunkten ist abhängig von der Lage des Oberkörpers in dem Moment, in dem das freie Bein aufsetzt. Somit wird auch die Last auf dem hinteren Bein abhängig von der Stellung des Oberkörpers zum Boden. Aufgrund der Doppelstützphase erhält das Modell also eine Art Information über seine Lage bezogen auf den Boden, welche das Renn-Modell nicht erhält. Dies wird dadurch möglich, dass während der Doppelstützphase die Verbindungsgerade der Beine mit dem Boden parallel liegt (Abbildung 7.8). Die Lage der Verbindungsgerade ist aber aus den internen Modellparametern Beinlänge ( $l_1, l_2$ ) und Hüftwinkel berechenbar.

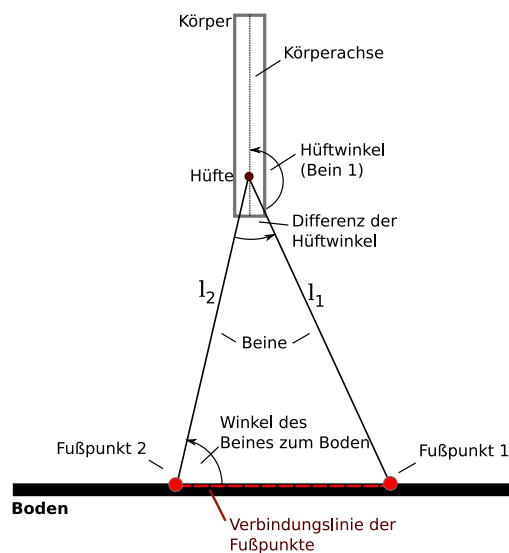


Abbildung 7.8: Während der Doppelstützphase ist die Verbindungsgerade der Fußpunkte parallel zum Boden. Dadurch lässt sich die Lage des Modells relativ zum Boden allein mit internen Modellparametern (Beinlängen und Hüftwinkel) berechnen.

Auch die Analogie zur Statik passt hier gut: Betrachtet man ein stehendes Modell in der Doppelstützphase, wenn ein Fußpunkt vor, der andere hinter dem Schwerpunkt liegt (Abbildung 7.7 b), so ist offensichtlich, dass dieses Modell stabil steht.

Im Gegensatz zum Modell hat der Mensch einen ausgedehnten Fuß. Der Fuß legt sich zu Beginn der Standphase parallel zum Boden. Im weiteren Verlauf der Standphase drückt der Mensch sein Bein vom Boden ab. Das geschieht vor allem durch Betätigung des Sprunggelenks. Die Wirkung der Sprunggelenksmuskeln ist jedoch augenfällig abhängig davon, wie der Fuß momentan bezogen auf das Bein steht. Dies hängt wiederum davon ab, wie das Bein bezogen zum Boden steht. Somit ändert sich das mechanische Verhalten des Systems abhängig von der Lage des Bodens. Der Fuß stellt somit eine Art mechanischen Sensor des

reicht die Information über die Lage des Beines aus, um die Lage des Körpers zu kennen und umgekehrt.

Beinwinkels dar. Detaillierte Untersuchungen dieses Themas sind Gegenstand aktueller Forschung.

Interessant an diesem Ergebnis ist auch, dass es damit prinzipiell möglich ist, eine Maschine zu konstruieren, welche ohne Kenntnis ihrer Lage im Raum stabil gehen kann und ihren Oberkörper aufrichtet. Die einzigen benötigten Informationen sind die Hüftwinkel der Beine und die jeweilige Kraft. Die bisherigen Ergebnisse legen nahe, dass es hingegen nicht möglich ist, eine auf dem VPP-Modell basierende Maschine zu konstruieren, welche ohne Kenntnis ihrer Lage im Raum stabil rennen kann.

### 7.6.1 Bemerkung: Minimal erforderliche Höhe des VPPs

Eine vorläufige Untersuchung des VPP-Modells im Bezug auf die möglichen Werte für den Abstand des VPPs vom Schwerpunkt ( $r_{VPP}$ ) ergab, dass für Werte unter einer Grenze von  $\approx 1$  cm keine stabilen Lösungen gefunden werden konnten (Abbildung 7.9). Bisher wurde keine Erklärung für dieses Verhalten gefunden. Jedoch liegt auch hier der Vergleich mit dem stehenden VPP-Modell nahe, für welches ein Ausdruck für die minimale Höhe des VPPs über dem Schwerpunkt bekannt ist (Gleichung 7.5). Für die Parameter dieses Modells ( $l_0 = 1$  m,  $r_H = 10$  cm) liefert diese Gleichung einen minimalen Wert von 1.1 cm. Dies stimmt gut mit den Simulationsergebnissen überein.

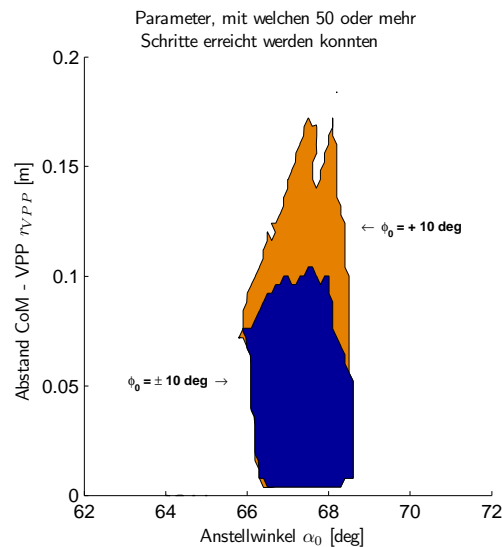


Abbildung 7.9: Gebiet der Parameter, in welchem 50 oder mehr Schritte erreicht wurden. Dargestellt sind Ergebnisse für die Anfangsbedingungen  $\phi_0 = +10^\circ$  (orange) und  $\phi_0 = -10^\circ$  (blau). Der blaue Bereich ist ein Teilbereich des orangenen Bereichs. Der Bereich für  $\phi_0 = 0$  unterscheidet sich nur minimal vom Bereich für  $\phi_0 = +10^\circ$  und ist hier nicht separat dargestellt.

Parameter:  $v_x = 5$  m/s,  $y_0 = 1.25$ ,  $\dot{\phi}_0 = 0$ ,  $k = 20$  kN/m,  $l_0 = 1$  m,  $r_H = 10$  cm. Abbruch der Simulation nach 50 Schritten.

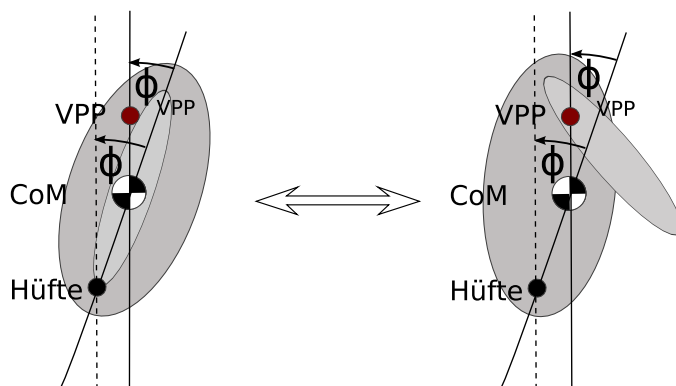


Abbildung 7.10: Änderung des Winkels der Körperachse, ohne den Körper selbst um den vollen Winkel zu drehen: Dies kann beim Menschen beispielsweise durch die Armstellung realisiert werden.

## 7.7 Realisierung einer schrägen Körperachse beim Menschen

In Abschnitt 4.10 wurde gezeigt, dass das VPP-Modell auch mit konstanter Geschwindigkeit bergauf und bergab gehen und rennen kann. Dazu ist es erforderlich, dass der VPP nicht mehr auf der Körperachse liegt, sondern davor (bergab gehen) beziehungsweise dahinter (bergauf gehen). Schon bei kleinen zu überwindenden Neigungen sind bei den verwendeten Modellparametern recht große Winkel für  $\phi_{VPP}$  zu verwenden; beispielsweise beträgt der Winkel der Körperachse<sup>11</sup> für eine Neigung von  $\rho = 5,7^\circ$ ,  $r_{VPP} = 5\text{cm}$ ,  $r_H = 10\text{cm}$  etwa  $61,6^\circ$ .

Das bedeutet beim Menschen jedoch nicht, dass sich der Oberkörper auch derart stark nach vorne beugen muss. Da der Schwerpunkt im Regelfall nur einige Zentimeter über der Hüfte liegt, ist es ausreichend, wenn der Schwerpunkt relativ zur Hüfte nach vorne verlagert wird. Beim Mensch kann dies beispielsweise durch Anteversion der Arme geschehen (Abbildung 7.10). Es sind auch weitere Mechanismen vorstellbar, beispielsweise das Abkippen des Beckens.

Somit ist es beim Menschen nicht erforderlich, den Oberkörper tatsächlich um große Winkel nach vorne beziehungsweise nach hinten zu beugen, wenn die Körperachse um diesen großen Winkel geneigt werden soll.

## 7.8 Vorzeichen der Rotation beim Modell und im Experiment

Der Oberkörper des VPP-Modells rotiert bei periodischen Lösungen beim Rennen in der Flugphase nach vorne. Beim Menschen ist dies jedoch genau umge-

<sup>11</sup>Mit Körperachse ist die gedachte Verbindungsgerade von Körperschwerpunkt und Hüfte gemeint.

kehrt. Das ist in Abbildung 7.11 dargestellt: während der Flugphasen (weiße Bereiche) rotiert der Oberkörper nach hinten. Experimentelle Daten beim Gehen lagen nicht vor.

Dies ist nicht unbedingt ein Widerspruch zum VPP-Modell. Das verwendete VPP-Modell besitzt im Gegensatz zum Menschen keine Beinmasse, die beschleunigt werden müsste. Des Weiteren ist die Masseverteilung beim Menschen zeitlich variabel (beispielsweise schwingen die Arme), beim Modell hingegen fest. Insofern kann, bei gleichem zugrunde liegenden Prinzip der Stabilisierung, trotzdem die Rotation in der Flugphase entgegengesetzt sein. Selbst beim Modell ist das Vorzeichen der Oberkörperrotation nicht klar vorgegeben: So rotiert der Oberkörper in der Flugphase beim Rennen im Modell nach vorne, während er in der (dazu vergleichbaren) Einfachstützphase beim Gehen nach hinten rotiert.

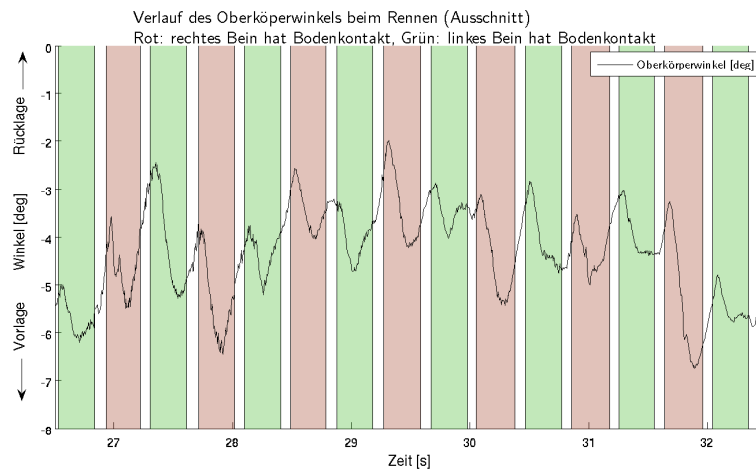


Abbildung 7.11: Oberkörperrotation eines Probanden beim Rennen auf dem Laufband. Deutlich zu Erkennen ist die Rotation des Oberkörpers nach hinten während der Flugphase (weißer Hintergrund). Dieses Ergebnis steht stellvertretend für weitere Messungen, welche ein qualitativ ähnliches Ergebnis zeigten. Zur Berechnung des Oberkörperwinkels wurden die Lage der Trochanteres Majores (rechts und links) sowie die Lage des siebten Halswirbels gemessen und daraus der Winkel des Oberkörpers zur Senkrechten berechnet.

## 7.9 Ausblick

Das VPP-Modell ist nur eines von mehreren Modellen zur Stabilisierung des Oberkörpers. So gibt es bereits heute zweibeinige Roboter, welche sich ohne äußere Unterstützung fortbewegen können (“Asimo” von Honda, “Johnnie” von der TU München, ...). Die Stabilisierung dieser Roboter basiert nicht auf dem VPP-Prinzip.

Das VPP-Modell ist jedoch sehr einfach verständlich. Beinahe intuitiv verständlich ist auch seine Stabilität. Vorläufige Untersuchungen zeigen, dass das Hüftdrehmoment dabei nicht exakt dem aus Gleichung 4.8 entsprechen muss. Beispielsweise läuft das Modell auch stabil, wenn das Hüftdrehmoment um einem Faktor zwischen etwa 1 ... 1,4 verstärkt wird.



Eine weitere Stärke des Modells ist es, experimentelle Daten verständlich zu machen. So sagt das Modell beispielsweise zu Beginn der Standphase ein hüftstreckendes Drehmoment in der Hüfte voraus, zum Ende der Standphase hingegen ein hüftbeugendes Drehmoment. Das stimmt mit experimentellen Beobachtungen am Menschen überein. Ebenfalls sagt das Modell voraus, dass durch Vorlage des Oberkörpers eine Beschleunigung erreicht wird, durch Rücklage hingegen bremst der Körper ab. Auch das stimmt mit der Erfahrung überein.

Bisher wurde gezeigt, dass sich mit einer VPP-basierten Steuerung des Oberkörpers in der Simulation stabiles Gehen und Rennen erreichen lässt. Die nächsten Schritte bei der Untersuchung des VPP-Modells wären nun:

- Erweiterung der Simulation: Welchen Einfluss hat ein Fuß auf das Modell? Ist damit stabiles Rennen mit körperbezogenem Anstellwinkel möglich? Welchen Einfluss haben Arme oder ein segmentierter Oberkörper auf das Modell? Allein durch das Vorhandensein schwingender Arme kann bei gleichem übertragenen Drehimpuls die Oberkörperrotation herabgesetzt werden.
- Simulation in drei Dimensionen: Bisher wurden nur vorläufige Untersuchungen an einem dreidimensionalen Modell durchgeführt. Das Modell zeigte eine Tendenz zum Kurvenlaufen<sup>12</sup>. Wenn es gelingt, ein dreidimensionales Modell zu stabilisieren und dabei eine ausreichende Robustheit zu erreichen, so könnte dies als Grundlage für die Erstellung eines nicht unterstützten Laufroboters mit VPP-basierter Oberkörperkontrolle dienen.
- Erweiterung der mathematischen Analyse: Es fehlen bis jetzt genaue Aussagen über die Größe des Parameterbereiches, in welchem sich das Modell zu einer stabilen periodischen Lösung hin entwickelt. Auch die Robustheit gegen kontinuierliche äußere Störungen ist noch nicht untersucht worden. Dies könnte wichtige Erkenntnisse für die Umsetzung an einem Roboter liefern.  
Auch eine Erweiterung der Suche nach periodischen Lösungen wäre hilfreich. Mit den bisher verwendeten Verfahren konnten nur für gegebene Parameter (Federsteifigkeit  $k$ , Anstellwinkel  $\alpha_0$ , Beinlänge  $l_0$ ) stabile Lösungen  $(\phi_0, \dot{\phi}_0, v_x, y_0)$  gefunden werden.
- Anwendung der VPP-basierten Oberkörperkontrolle im Roboter: Ist es möglich, mit dieser Methode einen Roboter zu konstruieren, welcher ohne externe mechanische Unterstützung stabil laufen kann?

### 7.9.1 Zur Realisierung eines VPP-basierten Roboters

Die zur Realisierung eines VPPs erforderlichen Hüftdrehmomente steigen linear mit der Beinkraft. Das ist aus Gleichung 4.8, Seite 33 ersichtlich. Eine Kontrolle des Drehmoments in der Hüfte ließe sich also beispielsweise durch Kraftsensoren in den Fußkontakten und einen entsprechend angesteuerten Motor

<sup>12</sup>Ebenso laufen Menschen ohne Orientierung, beispielsweise in der Wüste, in Kurven. Dies wird allgemein auf kleine Unterschiede der Beine zurückgeführt (Lund, 1930).

in der Hüfte erreichen. Möglicherweise lässt sich dies jedoch wesentlich einfacher und eleganter mechanisch regeln<sup>13</sup>: Koppelt man einen prozentualen Teil der Beinfeder-Kraft mit einem bestimmten Abstand an das Becken (beispielsweise wie in Abbildung 7.12), so steigt das Hüftdrehmoment ebenfalls linear mit der Beinfeder-Kraft. In dem Beispiel in Abbildung 7.12 muss jedoch zwischen der Beinfeder-Kraft und der Gesamtkraft des Beines unterschieden werden (vgl. Abschnitt 1.6). Die in Abbildung 7.12 (a) angegebene Struktur entspricht beim Menschen dem M. Gluteus Maximus. Er ist der stärkste Hüftstrecker und streckt auch über den Tractus iliotibialis das Knie (Lippert, 2000). Dieser Muskel ist zum Ende der Schwungphase und zu Beginn der Standphase aktiv (Perry, 1992). Das entspricht der Voraussage des VPP-Modells. Der Struktur in Abbildung 7.12 (b) entspricht beim Menschen der M. Rectus Femoris. Dieser Muskel streckt das Knie und beugt dabei die Hüfte (Lippert, 2000). Er wird zum Ende der Standphase und zum Beginn der Schwungphase des Beines aktiviert (Perry, 1992). Somit wird das Hüftdrehmoment beim Menschen durch mehrere Strukturen erzeugt, welche jeweils nur in einem bestimmten Zeitintervall der Standphase aktiv sind. Die in Abbildung 7.12 angegebenen Strukturen dürfen ebenfalls nur zu bestimmten Zeiten der Standphase aktiv sein. Bisher wurde keine einzelne passive Struktur gefunden, welche während der gesamten Standphase ein Drehmoment erzeugt, welches richtungsmäßig mit der Vorhersage des VPP-Modells übereinstimmt.

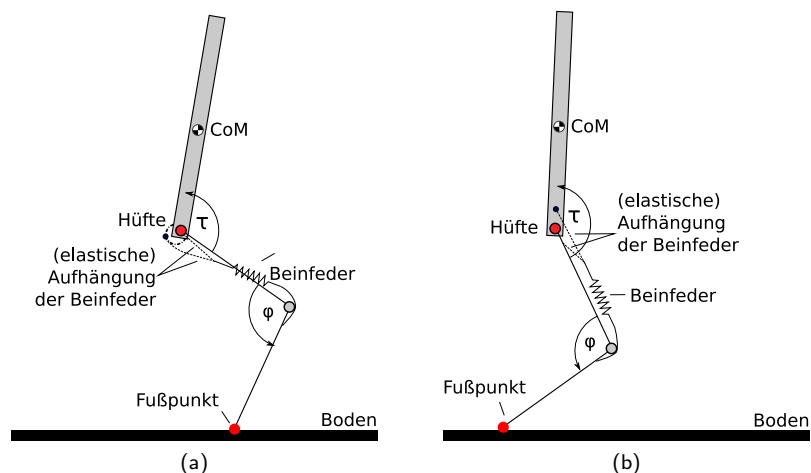


Abbildung 7.12: Mögliche Realisierungen eines Hüftdrehmoments durch passive Strukturen, welches proportional zur Kraft der Beinfeder ist. In diesem Fall ist das Hüftdrehmoment damit jedoch nicht proportional zur Gesamtkraft des Beines. Das Hüftdrehmoment hängt neben der Federkraft auch vom Hüftwinkel  $\tau$  ab. Die Gesamtkraft des Beines hängt neben der Federkraft auch vom Kniewinkel  $\phi$  ab. Zu Beginn der Standphase ist eine Kopplung des Kniestreckers wie in (a) erforderlich (Knie strecken, Hüfte strecken), zum Ende der Standphase hingegen wie in (b) (Knie strecken, Hüfte beugen). Der Betrag des Drehmoments entspricht jedoch im Allgemeinen nicht der Vorhersage des VPP-Modells.

<sup>13</sup>Dies ist vor allem dann aussichtsreich, wenn die VPP-Bedingung (Gleichung 4.8) nicht exakt eingehalten werden muss.

## Anhang A

# Unabhängigkeit der Floquet-Faktoren vom Einheitensystem

Die Determinante einer  $n \times n$ -Matrix kann mit der Leibnitz-Formel (Eisenreich, 1991) dargestellt werden:

$$\det A = \sum_{\pi \in P_n} \operatorname{sgn}(\pi) \prod_{i=1}^n a_{i,\pi(i)}. \quad (\text{A.1})$$

Hier steht  $P_n$  für die Menge aller Permutationen von  $n$ ,  $\pi$  für eine Permutation aus  $P_n$ ,  $\pi(i)$  für die Zahl an der  $i$ -ten Position der Permutation,  $a_{ij}$  für die Matrixelemente von  $A$  und  $\operatorname{sgn}(\pi)$  für das Vorzeichen der Permutation<sup>1</sup>. Offensichtlich kommt in jedem Summanden aus jeder Zeile sowie aus jeder Spalte genau ein Element als Faktor vor.

Sei nun  $\mathcal{A}$  eine stetig differenzierbare Abbildung in einem Unterraum<sup>2</sup> des Phasenraums eines Systems:

$$\mathcal{A} : (p_1^1, \dots, p_n^1, q_1^1, \dots, q_m^1) \mapsto (p_1^2, \dots, p_n^2, q_1^2, \dots, q_m^2) \quad (\text{A.2})$$

Die Jacobi-Matrix der Abbildung ist:

$$\mathcal{J} = \begin{pmatrix} \frac{\partial p_1^2}{\partial p_1^1} & \frac{\partial p_1^2}{\partial p_2^1} & \cdots & \frac{\partial p_1^2}{\partial q_m^1} \\ \frac{\partial p_2^2}{\partial p_1^1} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial q_m^2}{\partial p_1^1} & \cdots & \cdots & \frac{\partial q_m^2}{\partial q_m^1} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.3})$$

Ändert man nun die Maßeinheiten für eine Koordinate gemäß<sup>3</sup>

$$\tilde{q}_k = c \cdot q_k + d \quad c \neq 0, \quad (\text{A.4})$$

<sup>1</sup>Hier nicht weiter von Bedeutung. Das Vorzeichen einer Permutation  $\pi$  ist definiert als  $(-1)^k$ , wobei  $k$  die kleinste Zahl an Vertauschungen von benachbarten Elementen ist, die man braucht um von  $1, 2, \dots, n$  zur Permutation  $\pi$  zu gelangen.

<sup>2</sup>Für  $m=n=2N$  ( $N$ : Anzahl der Freiheitsgrade) ist dies der gesamte Phasenraum.

<sup>3</sup>Dies ist keine lineare Abbildung und kann nicht als Matrix geschrieben werden.

so ändern sich auch die Elemente der Jacobimatrix, obwohl das physikalische System natürlich unverändert bleibt. Die Elemente der  $k$ -ten Zeile ändern sich für  $i \neq k$  gemäß:

$$\frac{\partial q_k^2}{\partial q_i^1} = \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \tilde{q}_k^2}{\partial q_i^1}. \quad (\text{A.5})$$

Die Elemente der  $k$ -ten Spalte ändern sich für  $i \neq k$  genau umgekehrt:

$$\frac{\partial q_i^2}{\partial q_k^1} = \frac{\partial q_i^2}{\partial \tilde{q}_k^1} \frac{d\tilde{q}_k}{dq_k} = c \cdot \frac{\partial q_i^2}{\partial \tilde{q}_k^1}. \quad (\text{A.6})$$

Die Diagonalelemente  $i = k$  bleiben offenbar unverändert. Auch alle weiteren Elemente bleiben unverändert.

Die Eigenwerte der Matrix sind diejenigen  $\lambda_i$ , für die gilt:

$$\det(\mathcal{J} - \lambda_i \mathcal{I}) = 0. \quad (\text{A.7})$$

Hier gilt wieder Gleichung A.1. Alle Summanden, die kein Diagonalelement der Matrix enthalten, enthalten je ein nach Gl. A.5 und nach Gl. A.6 verändertes Element. Jedes dieser Elemente wird folglich einmal mit  $c$  multipliziert und einmal durch  $c$  dividiert. Somit heben sich die Änderungen bei allen Summanden genau auf. Da die Diagonalelemente der Jacobi-Matrix unverändert bleiben, ändern sich auch die Diagonalelemente von  $\mathcal{J} - \lambda_i \mathcal{I}$  nicht. Hiermit ist gezeigt, dass alle Terme der Determinantenberechnung von A.7 nach A.1 bei einem Maßsystemwechsel nach A.4 unverändert bleiben, und somit auch die Eigenwerte unabhängig vom verwendeten Einheitensystem sind.

Dies ist von Bedeutung, da die Eigenwerte der Jacobi-Matrix (auch Floquet-Faktoren genannt) für die Stabilitätsanalyse von Bedeutung sind. Wie zu erwarten war, ändern sich die Floquet-Faktoren nicht bei einem Wechsel des Einheitensystems (beispielsweise  $[grad]$  zu  $[rad]$ ) oder bei einem Wechsel des Bezugssystems, solange es fest bezüglich dem ursprünglichen Bezugssystem bleibt (beispielsweise Anheben des Systems um einen konstanten Betrag, Messen des Winkels gegen die Horizontale statt gegen die Vertikale, ...)

## Anhang B

# Danksagung

Ich möchte mich bei den Gutachtern dieser Arbeit, Professor Roland Weidisch und Dr. Andre Seyfarth bedanken, welche mir die Möglichkeit gegeben haben, dieses interessante Thema weitestgehend nach eigenen Vorstellungen zu untersuchen und die trotzdem jederzeit mit Rat zu Hilfe standen.

Auch das gesamte Team des Lauflabors hat stets für eine gute Atmosphäre gesorgt.

Besonderer Dank geht auch an Jürgen Rummel für die vielen Diskussionen und Anregungen bei der Überprüfung und Untersuchung des VPP-Modells und an Susanne Lipfert für die Bereitstellung der Messdaten.



## Anhang C

# Erklärung

Ich erkläre, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Jena, den *4. Februar 2008*

---

Horst-Moritz Maus

Seitens des Verfassers bestehen keine Einwände, die vorliegende Diplomarbeit für die öffentliche Nutzung in der Thüringer Univeritäts- und Landesbibliothek zur Verfügung zu stellen.

Jena, den *4. Februar 2008*

---

Horst-Moritz Maus





# Literaturverzeichnis

- ALEXANDER, R. MCN. 1988. *Elastic mechanisms in animal movement*. Cambridge: Cambridge University Press.
- ALEXANDER, R. MCN., & JAYES, A.S. 1978. Vertical movements in walking and running. *Journal of Zoology*, **185**, 27–40.
- BLICKHAN, R. 1989. The spring-mass model for running and hopping. *J Biomech.*, **22**(11-12), 1217–1227.
- BLICKHAN, R., SEYFARTH, A., GEYER, H., GRIMMER, S., WAGNER, H., & GUNTHER, M. 2007. Intelligence by mechanics. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, **365**(1850), 199–220.
- BLUM, Y., RUMMEL, J., & SEYFARTH, A. 2007. Advanced swing leg control for stable locomotion. *Pages 301–307 of: BERNIS, K., & LUKSCH, T. (eds), Autonome Mobile Systeme 2007*. Kaiserslautern, Germany: Springer.
- BRONSTEIN, I.N., SEMENDJAJEW, K.A., MUSIOL, G., & MÜHLING, H. 2001. *Taschenbuch der Mathematik*. Verlag Harri Deutsch, Thun und Frankfurt am Main.
- BULLIMORE, S. R., & BURN, J. F. 2007. Ability of the planar spring mass model to predict mechanical parameters in running humans. *Journal of Theoretical Biology*, **248**, 686–695.
- BULLIMORE, SHARON R., & BURN, JEREMY F. 2006. Consequences of forward translation of the point of force application for the mechanics of running. *Journal of Theoretical Biology*, **238**(1), 211–219.
- COLLINS, S. H., RUINA, A., TEDRAKE, R. L., & WISSE, M. 2005. Efficient bipedal robots based on passive-dynamic walking. *Science*, **307**(5712), 1082–1085.
- CROMPTON, R.H., THORPE, S., WEIJIE, W., YU, L., PAYNE, R., SAVAGE, R., CAREY, T., AERTS, P., ELSACKER, L. VAN, HOFSTETTER, A., GÜNTHER, M., & RICHARDSON, J. 2003. The biomechanical evolution of erect bipedality. *Cour. Forsch.-Inst. Senckenberg*, **243**, 135–146.
- DIETZ, V. 2002. Proprioception and locomotor disorders. *Neuroscience*, **3**, 781–790.

- DIETZ, V., FOUAD, K., & BASTIAANSE, C.M. 2001. Neuronal coordination of arm and leg movements during human locomotion. *European Journal of Neuroscience*, **14**, 1906–1914.
- DONELAN, J. M., KRAM, R., & KUO, A. D. 2001. Mechanical and metabolic determinants of the preferred step width in human walking. *The Royal Society*, **268**, 1985–1992.
- DOORENBOSCH, C. A. M., & VAN INGEN SCHENAU, G. J. 1995. The role of mono- and bi-articular muscles during contact control leg tasks in man. *Human Movement Science*, **14**(3), 279–300.
- EISENREICH, G. 1991. *Lineare Algebra und analytische Geometrie*. Akademischer Verlag Berlin.
- GAMBLE, J. G. 2006. *Human Walking*. Lippincott Williams & Wilkins 530 Walnut Street Philadelphia, PA 19106 USA.
- GEYER, H., BLICKHAN, R., & SEYFARTH, A. 2002. Natural dynamics of spring-like running: Emergence of selfstability. In: *Int. Conf. on Climbing and Walking Robots (CLAWAR)*.
- GEYER, H., SEYFARTH, A., & BLICKHAN, R. 2006. Compliant leg behaviour explains basic dynamics of walking and running. *Proc. R. Soc. B Biol. Sci.*, **273**(1603), 2861–2867.
- GHIGLIAZZA, R. M., ALTENDORFER, R., HOLMES, P., & KODITSCHKEK, D. 2005. A Simply Stabilized Running Model. *SIAM Review*, **47**(3), 519–549.
- GUCKENHEIMER, J., & HOLMES, P. 1983. *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcation of Vector fields*. Springer Verlag.
- GÜNTHER, M., & BLICKHAN, R. 2002. Joint stiffness of the ankle and the knee in running. *J Biomech*, **35**(11), 1459–1474.
- HILL, A. V. 1938. The head of shortening and the dynamic constants of muscle. *Proc. R. Soc.*, **126**, 136–195.
- HOF, AT L., VAN BOECKEL, RENKE M., SCHOPPEN, TANNEKE, & POSTEMA, KLAAS. 2007. Control of lateral balance in walking Experimental findings in normal subjects and above-knee amputees. *Gait & Posture*, **25**, 250–258.
- HYON, S., & EMURA, T. 2004. Running control of a planar biped robot based on energy-preserving strategy. Pages 3791–3796 of: *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation (ICRA)*.
- JACOBS, N. A., SKORECKI, J., & CHARNLEY, J. 1972. Analysis of the vertical component of force in normal and pathological gait. *Journal of Biomechanics*, **5**(1), 11–34.
- LIPPERT, HERBERT. 2000. *Lehrbuch Anatomie*. Urban & Fischer, München   Jena.
- LUND, FREDERICK H. 1930. Physical Asymmetries and Disorientation. *The American Journal of Psychology*, **42**, 51–62.

- MCMAHON, T. A., & CHENG, G. C. 1990. The mechanics of running: how does stiffness couple with speed? *J Biomech*, **23**(Suppl. 1), 65–78.
- PERRY, J. 1992. *Gait Analysis*. SLACK Inc, New Jersey, USA.
- PRATT, J., CHEW, C.-M., TORRES, A., DILWORTH, P., & PRATT, G. 2001. Virtual model control: an intuitive approach for bipedal locomotion. *The International Journal of Robotic Research*, **20**, 129–143.
- RAIBERT, M. H. 1986. *Legged robots that balance*. Cambridge, Massachusetts: MIT Press.
- RUMMEL, J., & SEYFARTH, A. 2007. Self-stable running with segmented legs. *Journal of Biomechanics*, **40**(Supplement 2), S384.
- SEIPEL, J. E., & HOLMES, P. 2005. Running in three dimensions: analysis of a point-mass sprung-leg model. *International Journal of Robotics Research*, **24**(8), 657–674.
- SEYFARTH, A., BLICKHAN, R., & VAN LEEUWEN, J. L. 2000. Optimum take-off techniques and muscle design for long jump. *Journal of Experimental Biology*, **203**(4), 741–750.
- SEYFARTH, A., GEYER, H., GUENTHER, M., & BLICKHAN, R. 2002. A movement criterion for running. *J Biomech*, **35**(5), 649–655.
- SEYFARTH, A., GEYER, H., & HERR, H. 2003. Swing-leg retraction: a simple control model for stable running. *J Exp Biol.*, **206**(15), 2547–2555.
- SEYFARTH, A., GEYER, H., BLICKHAN, R., LIPFERT, S., RUMMEL, J., MINEKAWA, Y., & IIDA, F. 2006. Running and walking with compliant legs. Pages 383–402 of: DIEHL, M., & MOMBAUR, K. (eds), *Fast Motions in Biomechanics and Robotics: Optimization and Feedback Control*. Heidelberg: Springer Verlag.
- SEYFARTH, A., GEYER. 2002. Natural control of spring-like running: Optimized selfstabilisation. In: *Climbing and Walking Robots*, vol. 5.
- STEPHANI, H., & KLUGE, G. 1995. *Theoretische Mechanik*. Spektrum Akademischer Verlag Heidelberg Berlin Oxford.
- STROGATZ, STEVEN H. 1994. *Nonlinear dynamics and chaos: With applications to physics, biology, chemistry, and engineering*. Cambridge, Massachusetts: Westview Press.
- THORPE, S.K.S., HOLDER, R.L., & CROMPTON, R.H. 2007. Origin of human bipedalism as an adaptation for locomotion on flexible branches. *Science*, **316**, 1328–1331.
- VAN INGEN SCHENAU, G. J., DORSSERS, W. M., WELTER, T. G., BEELEN, A., DE GROOT, G., & JACOBS, R. 1995. The control of mono-articular muscles in multijoint leg extensions in man. *Journal of Physiology*, **484**(1), 247–254.
- WITTE, H., PREUSCHOF, H., & RECKNAGEL, S. 1991. Human body proportions explained on the basis of biomechanical principles. *Z. Morph. Anthropol.*, **78**, 407–423.

- WITTE, H., RECKNAGEL, S., RAO, J.G., WÜTHRICH, M., & LESCH, C. 1997. Is elastic energy storage of quantitative relevance for the functional morphology of the human locomotor apparatus? *Acta Anatomica*, **158**, 106–111.
- WITTE, H., FISCHER, M. S., SCHMIDT, M., GRUBER, S., LUDWIG, O., HACKERT, R., SCHILLING, N., VOGES, D., HOFFMANN, H., & PREUSCHOFT, H. 2003. Human bipedality: mechanical preconditions and morphological adaptations. *Cour. Forsch.-Inst. Senckenberg*, **243**, 25–33.
- WITTE, H., HOFFMANN, H., HACKERT, R., SCHILLING, C., FISCHER, M. S., & PREUSCHOFT, H. 2004. Biomimetic robotics should be based on functional morphology. *J Anat.*, **204**(5), 331–342.